CAPITULO X

EVALUACION DE LA FERTILIAD DE LOS SUELOS

La mayoría de las discusiones en la literatura sobre respuesta de los cultivos a los fertilizantes están basados en la interpretación de los ensayos de campo o invernadero utilizando algunas versiones de la ley de "los rendimientos menos que proporcionales" es decir, funciones curvilíneas continuas en las cuales incrementos adicionales iguales de fertilizantes resultan en respuestas continuamente cada vez más pequeñas. Este concepto se debe en primer lugar a Mitschelich quien desde 1909 enunció "la ley de los rendimientos decrecientes"(10-12). Después se idearon diferentes sistemas de ecuaciones para explicar las respuestas de los diferentes cultivos a la fertilización (3, 4, 17).

En el presente capítulo el lector encontrará principios básicos para el entendimiento de los varios modelos que se encuentran en la literatura para evaluar la fertilidad de los suelos.

10.1 EXPRESIONES DEL CRECIMIENTO DE LAS PLANTAS.

Expresado en sus términos más elementales, el éxito de las operaciones de un agricultor depende del crecimiento de las cosechas en producción. Si la planta en crecimiento produce rendimientos buenos el agricultor será próspero si logra vender sus productos a precios razonables.

El crecimiento lo definen los fisiólogos como "El desarrollo progresivo de un organismo". Hay varias formas como puede expresarse el desarrollo de una planta; puede establecerse en términos de peso seco, longitud, altura o diámetro.

La relación entre el desarrollo y la provisión de nutrimentos de acuerdo a resultados de numerosos experimentos, se puede representar por una curva que semeja una S y se describe como sigmoide; forma común para curvas que muestran el crecimiento total al cabo de un período de tiempo definido, aunque quizás menos común para curvas relacionadas con los factores ambientales.

10.1.1 LA ECUACION DE MITSCHERLICH.

El alemán E.A. Mitschelich en 1909, desarrolló una ecuación matemática para expresar la relación entre desarrollo y el suministro de nutrimentos por el suelo, basado en resultados de invernadero.

Derivación de la Ecuación.

La ecuación de Mitscherlich tuvo su orígen en un intento para expresar matemáticamente la ley de los rendimientos decrecientes. El método deductivo, para tal expresión, es relativamente simple. Los hechos conocidos son: 1. En todos los casos a medida que se aumenta la cantidad del factor de crecimiento, la cantidad de rendimiento se aumenta hasta que se alcanza un rendimiento límite designado como A; 2. A través de este proceso los incrementos en el rendimiento llegan a ser más pequeños mientras más cerca se encuentre el rendimiento obtenido al aproximarse al valor A. En cualquier etapa intermedia de la aplicación el rendimiento actual designado como Y será más pequeño que A; la diferencia entre A y Y, que es A-Y representa la cantidad adicional del rendimiento que podría obtenerse si las plantas fuesen suplidas con cantidades adicionales del factor de crecimiento. Así, la situación en cualquier punto es A-Y y alrededor de esta expresión es como se ha derivado una fórmula para la ley de los rendimientos decrecientes. Ya que el aumento del rendimiento disminuye a una tasa continuamente decreciente, es necesario incluir otro factor que mida la tasa de aumento, así: $(A-Y)C$; C es un factor de proporcionalidad que determina la pendiente de la curva del rendimiento. $(A-Y)\,C$ es una función de la cantidad del factor de crecimiento o combinación de factores de crecimiento designado como X.

Mitscherlich supuso que el incremento de la cosecha producida por cada unidad de incremento del factor limitante es proporcional a la disminución del máximo rendimiento y se expresa matemáticamente como sigue :

$$\frac{dy}{dx} = (A-Y)\ C$$

Donde Y es el rendimiento obtenido cuando X es la cantidad de factor presente en exceso, calculándose éste a partir de la ecuación; C es una constante. Integrando dicha fórmula y suponiendo que Y = 0 cuando X = 0.

$$Y = A(1 - e^{-CX})$$

Esta curva no es la forma sigmoide sino concava a todo lo largo respecto al eje que representa el suministro de nutrimentos. Los experimentos de Mitscherlich fueron realizados con plantas cultivadas en arena abastecidas con exceso de todos los elementos nutritivos, exceptuando el que estaba bajo investigación. Los trabajos de Mitscherlich fueron extraordinariamente estimulantes y ocasionaron una verdadera corriente de discusiones en las primeras épocas de su desarrollo. Bray (6), añadió constantesa la función logarítmica del modelo Mitscherlich, para ajustar la interpretación de la respuesta de los fertilizantes de acuerdo con variaciones en la fertilidad nativa del suelo. Wilcox (24) mencionó la limitación que tenía el mismo modelo, cuando se consideran las interacciones entre los nutrimentos.

Hay un punto esencial en la tesis de Mitscherlich que vale la pena discutir ampliamente. Se trata de los valores para la constante C. Esas constantes ya sean físicas o químicas, son específicas para cada factor de crecimiento. No hay manera teórica para acertar en los valores de esas constantes. Cada una tiene que ser determinada experimentalmente, justamente como han sido determinadas otras constantes numéricas por químicos y físicos tales como : los pesos atómicos de los elementos químicos, la constante de la gravedad, la velocidad de la luz, el equivalente "Coulomb" y muchas otras más (24).

Desde 1909 y continuamente hasta el presente, Mitscherlich y sus seguidores han realizado alrededor de 3.000 pruebas de invernadero y de campo para determinar las constantes C de todos los factores principales del crecimiento de las plantas incluyendo nitrógeno, fósforo, potasio, azufre, dióxido de carbono, luz, temperatura, preparación del suelo y espacio. Sobre la base de este voluminoso registro experimental puede decirse que dentro de cada factor del crecimiento de las plantas, hay definitivamente un efecto que es el mismo para iguales condiciones de clima y sistema de cultivo y que es independiente de la naturaleza de la planta misma. Mitscherlich determinó que las constantes para los tres nitrimentos principales eran: 0,122 para N, P_2O_5 0,6 y 0,4 para K_2O.

Gómez, Martínez y Ortega (10) aplicaron la ecuación de Mitscherlich a 15 muestras de suelo de la serie "Tibaitatá" con amplio límite de fósforo nativo: 39 a 380 kg/Ha de P_2O_5. Cada suelo fue tratado con: 0, 40, 80, 120, 160 y 200 kg/Ha de P_2O_5. En invernadero utilizaron el rábano rojo (Raphanus sativus L.) como planta indicadora. Los resultados fueron convertidos a porcentajes de rendimiento y los datos se tabularon con la ecuación modificada de Mitscherlich para calcular el coeficiente de eficiencia de fósforo nativo (C_1) y el coeficiente de eficiencia del fósforo añadido al suelo (C). Con base a estos coeficientes, calculados experimentalmente (C_1= 0,0049 y C = 0,00458) fue posible determinar las eficiencias relativas del fósforo nativo y el agregado en cada caso. La fórmula para los suelos de la serie "Tibaitatá" fue expresada en la siguiente forma:

$$\text{Log } (100 - Yo) = \text{Log } 100 - 0{,}0049 b_1$$

$$\text{Log } (100 - Y) = \text{Log } 100 - 0{,}0049 b_1 - 0{,}00458 X$$

10.1.2 La Variante de Spillman.

El mismo principio de Mitscherlich fue enunciado independientemente varios años más tarde por el norteamericano N.J. Spillman(20)Spillman explicó la relación como:

$$Y = M (1-R^{x}) \quad \text{donde:}$$

Y = Cantidad de crecimiento producido por una cantidad dada del factor de crecimiento X.

X = Cantidad del factor de crecimiento.

M = Rendimiento máximo posible cuando todos los factores de crecimiento están presentes en cantidades óptimas.

R = Una constante.

Posterior trabajo realizado por Spillman mostró que aunque en una forma diferente su ecuación y la de Mitscherlich podría reducirse a :

$$Y = A\,(1 - 10^{-cx}) \quad \text{donde :}$$

Y = Rendimiento producido por una cantidad dada de X

X = Factor de crecimiento

A = Rendimiento máximo posible

C = Una constante dependiente sobre la naturaleza del factor de crecimiento.

Ninguna de esas expresiones se manejan adecuadamente como están escritas, pero pueden establecerse en una forma equivalente así :

$$\text{Log}\,(A-Y) = \text{Log}\,A - 0.301(\,X\,)$$

Las letras tienen el mismo significado enunciado arriba.

El valor 0.301 reemplaza la constante C cuando los rendimientos son expresados sobre una base relativa de A = 100. Cuando se emplean unidades convencionales de los rendimientos, el valor de C varía con el factor de de crecimiento en consideración. Si A, el rendimiento máximo se considera como el 100 por ciento, la ecuación se reduce a :

$$\text{Log } (110 - Y) = \text{Log } 100 - 0{,}301 \ (X)$$

Es posible determinar el rendimiento relativo que puede esperarse de la adición de un número dado de unidades de X. Será muy útil si se observa como se hacen los cálculos.

Aplicación de la Ecuación.

Si no hay disponible ningún factor de crecimiento, es decir X = 0 luego Y = 0. Pero supongamos que 1 unidad de X está presente. Luego:

$$\begin{aligned}
\text{Log } (100 - Y) &= \text{Log } 100 - 0.301 \ (1) \\
\text{Log } (100 - Y) &= 2 - 0.301 \\
\text{Log } (100 - Y) &= 1{,}699 \\
100 - Y &= 50 \\
Y &= 50
\end{aligned}$$

En esta forma la adición de 1 unidad del factor de crecimiento X resulta en un rendimiento que es de 50 por ciento del máximo.

Asumanos, sin embargo, que estuvieran presentes 2 unidades del factor de crecimiento. En este caso :

$$\begin{aligned}
\text{Log } (100 - Y) &= \text{Log } 100 - 0.301 \ (2) \\
\text{Log } (100 - Y) &= 2.000 - 0.602 \\
\text{Log } (100 - Y) &= 1{,}398 \\
100 - Y &= 25 \\
Y &= 75
\end{aligned}$$

La misma operación puede ser repetida hasta que se haya agregado 10 unidades del factor de crecimiento. Los resultados de tal serie de cálculos son los siguientes :

X	Rendimiento - Por ciento	Incremento en rendimiento %
0	0	-
1	50	50
2	75	25
3	87,5	21,50
4	93,75	6,25
5	96,88	3,125
6	98,44	1,562
7	99,22	0,781
8	99,61	0,390
9	99,81	0,195
10	99,90	0,098

Es obvio que incrementos sucesivos de un factor de crecimiento resulta en un aumento del rendimiento que es de 50 por ciento de ese resultante de la adición de la unidad precedente hasta que se alcanza un punto en el cual los incrementos posteriores no tienen ningúna consecuencia para todos los intentos y propósitos.

10.1.3 La Unidad Baule.

Hasta quí se ha hecho referencia solamente a unidades de un factor de crecimiento. Ciertamente como se ha establecido es un término mas bien sin sentido y es necesario por lo tanto entender su relación en términos familiares antes de proseguir con la discusión. Esta unidad ha sido designada como una unidad baule en memoria del matemático alemán quien colaboró con Mitscherlich. Baule sugirió que la "unidad" del fertilizante o cualquier otro factor de crecimiento sea tomada como esa cantidad que es necesaria para producir un rendimiento que es 50 por ciento del máximo posible. Como casi cualquiera sabe, las plantas requieren diferentes cantidades absolutas de N, P y K pero la cantidad en kilogramos de cada uno que es requerida

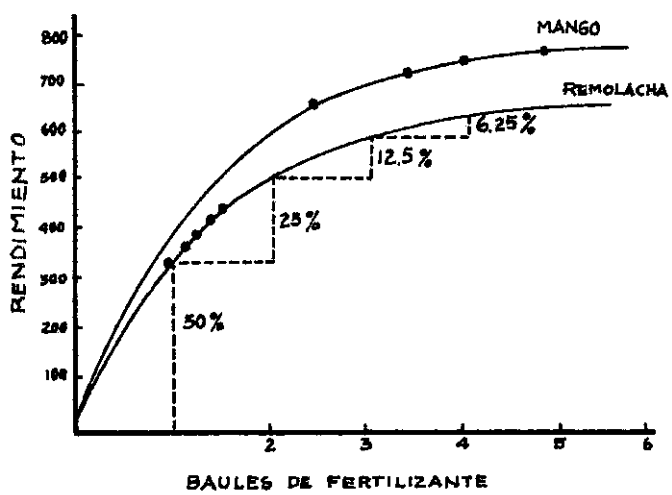

Figura 31. Curvas de Mitscherlich conforme la regla de 50 por ciento de los incrementos o unidad baule (24).

para producir un rendimiento que es 50 por ciento del máximo posible se denomina 1 unidad baule. Obviamente 1 baule de un factor de crecimiento es equivalente a 1 baule de cualquier otro factor de crecimiento en términos de la habilidad para promover crecimiento de acuerdo a este concepto. Los valores de la unidad baule en kilogramos por hectárea de N, P_2O_5 y N, son aproximadamente de 223, 45 y 76 respectivamente, calculados a partir de los resultados del trabajo de Mitscherlich.(20).

Debe enfatizarse que el rendimiento de las cosechas bajo condiciones de campo no siempre siguen cuantitativamente la regla Mitscherlich - Baule por numerosas razones muchas de las cuales ya fueron discutidas en los capítulos precedentes, entre las cuales se considera la interacción de nutrimentos.

Cuando son dos los factores limitantes o casi limitantes del crecimiento, la adición de uno de ellos tendrá poco efecto sobre el desarrollo, mientras que la adición conjunta de ambos tendrá un efecto considerablemente mayor. Tales dos factores se dice que tienen una interacción positiva, pues la respuesta de la cosecha a los dos juntos es mayor que la suma de la respuesta para cada uno de ellos separadamente. Si la respuesta de la cosecha a los dos factores unidos es igual a la suma de sus respuestas por separado, entonces diríamos que no muestran interacción o que operan con entera independencia el uno del otro; y si la respuesta a los dos factores unidos fuese menor que la suma de las respuestas a cada uno de ellos por separado, se dirían que tienen una interacción negativa el uno con el otro.

Dos ejemplos pueden servir como ilustración de tales efectos conjuntos. El primero está tomado de una serie de experimentos de aplicación de cal y abono orgánico al suelo, para determinar su efecto en el rendimiento de este cultivo en "zonas paperas" del departamento de Cundinamarca.

La tabla 44 muestra que en ausencia de abono orgánico el rendimiento de papa al aplicar 3 ton. de cal/Ha fue de 10.700 kg/Ha, 600 kg más que el testigo. Por otra parte en ausencia de cal, el abono orgánico aplicado a razón de 4 ton/Ha aumentó el rendimiento de la papa en 2.100 kg/Ha. Cuando la cal y el abono orgánico se aplicaron juntos el aumento en el rendimiento de la papa en 2.100 kg/Ha. Cuando la cal y el abono orgánico se aplicaron juntos el aumento en el rendimiento de la papa fue de 6.600 kg/Ha lo cual es un rendimiento mayor que el obtenido al sumar los aumentos aislados de la cal y del abono orgánico.

TABLA 44. Efectos de la cal y del abono orgánico en la producción de papa, en la serie de suelos Cabrera (22).

Abono orgánico Ton/Ha	Tonelada de cal por hectárea		
	0	3	6
0	10.100	10.700	11.300
4	12.200	16.700	16.600

El principio de los factores limitantes es sin embargo, muy complejo y requiere un conocimiento muy profundo de la fertilidad de suelos. Aunque los trabajos de Mitscherlich y Spillman son útiles, el hecho de que no se considere la interacción entre elementos y la ausencia de normas para la estimación de los rendimientos máximos, limitan su campo de validez y justifican las críticas a que dá lugar la variación de los parámetros en la ecuación de respuesta.

10.2 LOS MODELOS MATEMATICOS CONTINUOS.

En las investigaciones agrícolas frecuentemente se interesa el investigador en la relación que existe entre dos o más medidas tomadas en el mismo sujeto, por ejemplo los efectos del número de plantas en el rendimiento, el efecto de la altura de las plantas en el peso o muchos otros problemas anexos. La relación entre los cambios de una variable y los cambios de otra puede apreciarse mejor en la regresión.

El concepto de regresión está estrechamente relacionado con el de correlación debido a que, como se ha indicado antes, se refiere a la relación que existe entre el cambio de una variable al afectar el cambio de otra variablé distinta o dependiente. Sin embargo, la información de la regresión tiene una aplicación más amplia que el coeficiente de correlación. Esta dependencia puede medirse por medio del coeficiente de regresión, el cual se designa como b. La variable dependiente como Y y la independencia como X.

Cuando la información se aumenta con suficientes datos se hace posible calcular el valor medio de la variable dependiente para cada valor de la variable independiente y emplear esas medidas para preparar un gráfico de Y o hablando más técnicamente la regresión de X sobre Y.

10.2.1 La Regresión Linear.

La relación más simple entre X y Y desde el punto de vista estadístico, es la línea recta la que se define por la ecuación de regresión :

$$Y = a + b \, (X - \bar{X})$$

en donde Y es el valor predicho de Y para cada valor de X; a es la medida de Y $(\bar{y})$; el coeficiente de regresión está designado por b y X es una variable independiente con una medida de $\bar{X}$.

La ecuación arriba indicada, muestra cuantas unidades cambia y por cada unidad de cambio en X, y a es la medida de los valores observados de la variable dependiente.

10.2.2 La Regresión Curvilínea.

Tomando como base la información general anterior sobre regresión lineal, este estudio puede limitarse a mostrar el procedimiento aritmético de los polinomios ortagonales y aplicación a la función de regresión de dos grupos de datos de rendimiento.

La ecuación de línea recta o polinomio de primer grado, como se ha indicado antes, puede expresarse como sigue:

$$Y = a + b X$$

De la misma manera, el cuadrático o polinomio de segundo grado, sería:

$$Y = a + b_1 X_1 + b_2 X_1^2$$ donde:

b_1 = al coeficiente que representa el cambio en la variable dependiente y, como resultado de incrementar en una unidad la variable X_1.

b_2 = al cambio en Y como resultado de incrementar en una unidad la variable X_1 elevada al cuadrado.

Las ventajas del modelo cuadrático son: representar los rendimientos decrecientes, permitir calcular un rendimiento máximo, representar y calcular muchas de las propiedades teóricas de la función de producción, por ejemplo, la producción marginal, la producción promedia, la tasa marginal de substitución entre factores, etc. (1).

El modelo permite además incluir el número deseado de variables independientes y estudiar las interacciones entre ellas. De otra parte, permite representar dos de las tres etapas de la producción: la segunda que es la más relevante para el análisis económico y la tercera en la cual se observa una reducción en la producción total. Al analizar los resultados de algunos experimentos puede observarse también la presencia de rendimientos crecientes; esto puede causar que la forma de la curva calculada por regresión sea cóncava hacia arriba. Por consiguiente, el investigador debe analizar éstas situaciones, las cuales se reflejan en el signo de los coeficientes de las variables independientes, a fin de hacer las recomendaciones correctas basadas en el análisis del modelo cuadrático (1).

La principal limitación del modelo cuadrático es la complejidad de los cálculos cuando no se dispone del computador y se incluyen dos o más variables independientes. Además algunos autores opinan que el modelo presenta la tolerancia a sobreestimar el rendimiento máximo y las cantidades de fertilizante necesaria para obtener dicho máximo (1).

Aunque la regresión linear es útil para muchas necesidades es asunto de sentido común que algunas variables no están conectadas por una relación tan simple. El descubrimiento de una descripción precisa de la variación concomitante de dos o más cantidades es uno de los problemas de la curva fija, conocida como "regresión curvilinear".

Los motivos para determinar curvas o datos no lineares son varios. Algunas veces existe interés de hacer una buena estimación de la variable dependiente para cualquier valor de la variable independiente. Esto puede incluir la "suavización" de datos irregulares y la interpolación de las Y estimadas para valores de X no contenidas en las series observadas. (1).

10.3 LOS MODELOS MATEMATICOS DISCONTINUOS.

Desde hace muchos años se han postulado numerosas hipótesis sobre las relaciones que existen entre la cantidad de un elemento nutritivo vegetal y otros factores que afectan el crecimiento de las plantas, y el desarrollo o rendimiento de las mismas. Una de las primeras hipótesis fue debida a Justus Von Liebig quien la expresó como Ley del Mínimo en la forma siguiente : el grado de desarrollo de una planta está regulado por el factor presente en cantidad mínima y aumenta o disminuye según aumente o disminuya la cantidad del factor.

El crecimiento de la planta aumenta con adiciones del factor limitante hasta que deja de actuar como tal, y entonces el crecimiento se hace independiente de éste factor, hasta llegar a un límite, en que todo aumento se supone que se haga tóxico a un factor depresivo y provoque un decrecimiento del desarrollo de la planta. Este fenómeno ha dado lugar a lo que conoce en términos generales como la "ley de los rendimientos físicos decrecientes".

Swanson (19) sugirió un modelo alternativo basado en la ley de mínimo de Liebig para evaluar los datos de respuesta de los cultivos a la aplicación de fertilizantes. Este modelo postula una respuesta lineal para el principal elemento limitante la cual se detiene repentinamente cuando otro factor se hace limitante pero que recupera su ascenso lineal cuando se corrige dicha limitación. Eventualmente, el rendimiento está limitado por la capacidad genética de la planta cuando todos los otros factores externos limitantes son eliminados. En la figura 32 se presenta un diagrama idealizado de estas respuestas y de los factores limitantes.

La naturaleza discontinua de los modelos rectilíneos permite una interpretación sencilla de los datos de respuesta a los fertilizantes ya que el punto de intersección de las dos líneas puede determinarse sin dificultad, proporcionando un estimativo del requerimiento del nutrimento para alcanzar un redimiento dado. Dicho estimativo podrá representar un óptimo biológico siendo la dosis mínima la que sería requerida para alcanzar el rendimiento máximo estable (23).

10.3.1 Procedimiento General para Calcular Ecuaciones Liebig-Ley del Mínimo (9).

Tomemos como ejemplo los datos de la Tabla 45 correspondientes a un ensayo de fertilización de papa, en el cual se indican los tratamientos y los promedios de rendimiento por tratamiento.

1. Codifique los tratamientos del ensayo y coloque al frente los promedios de rendimiento de las replicaciones como se indica en la tabla 46.

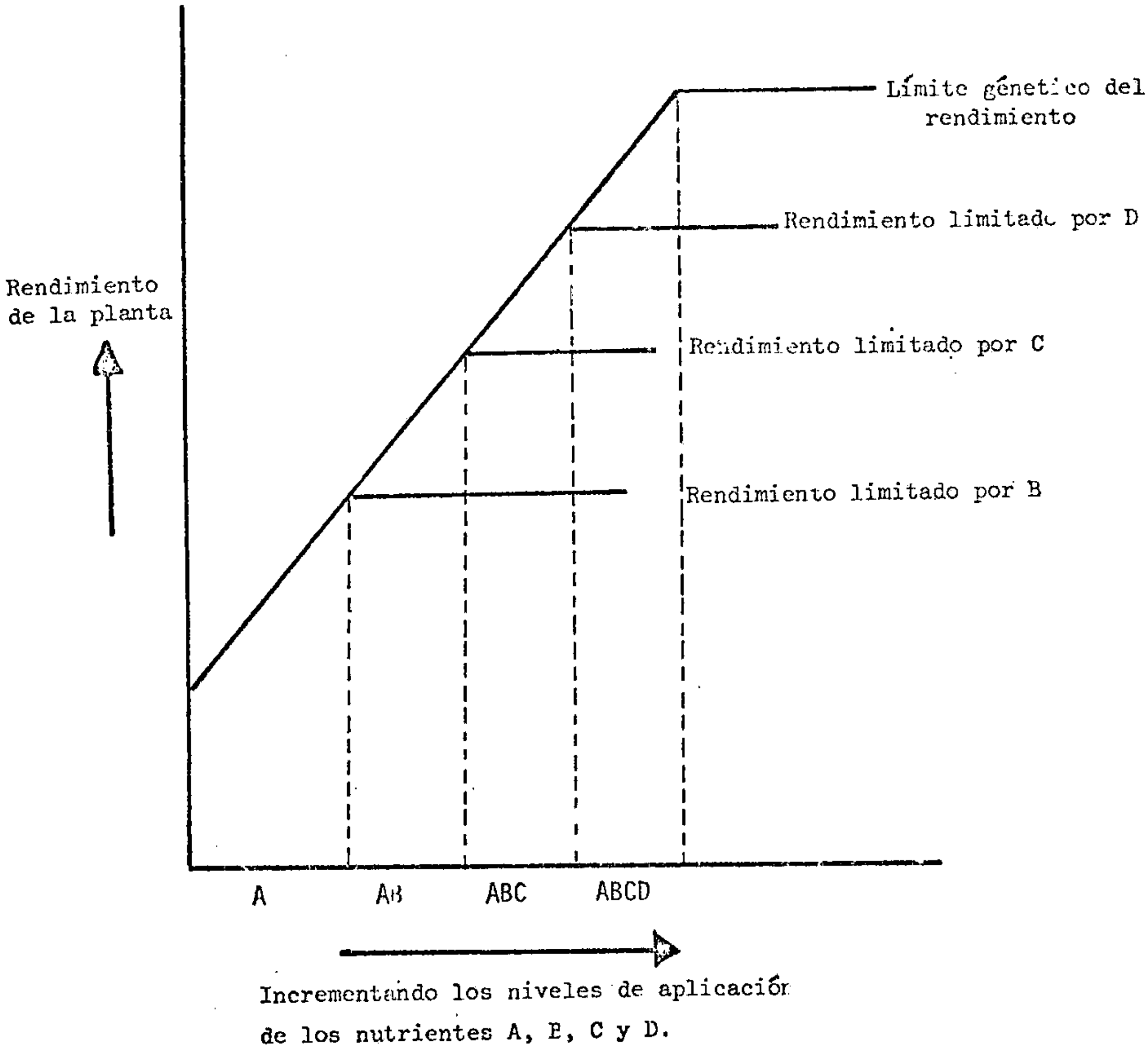

Figura 32. La función de respuesta por el modelo discontinuo rectilíneo teniendo como base la Ley del Mínimo de Liebig (9).

TABLA 45. Respuesta de la papa a la fertilización con NPK en un suelo de Cundinamarca.

No. del Tratamiento	Tratamiento			Rendimiento (kg/Ha) promedios de las replicaciones
	N	P_2O_5	K_2O	
1	0	150	75	26.182
2	75	150	75	29.812
3	150	150	75	29.250
4	75	0	75	12.875
5	75	300	75	30.875
6	75	150	0	24.562
7	75	150	150	28.375
8	150	300	0	30.062
9	75	150	75 + 3 t Cal	13.737
10	75	150	75 +200 E.M.	30.250

TABLA 46. Codificación y promedio por tratamiento de un ensayo de fertilización de papa realizado en Cundinamarca.

Tratamiento No.	Código	Rendimiento promedio de las replicaciones
1	0 - 1 - 1	26.812
2	1 - 1 - 1	29.812
3	2 - 1 - 1	29.250
4	1 - 0 - 1	12.875
5	1 - 2 - 1	30.875
6	1 - 1 - 0	24.562
7	1 - 1 - 2	28.375
8	2 - 2 - 0	30.062

2. Distribuya en una hoja de papel a continuación de la tabla 46 los promedios de los tratamientos por niveles de nutrimentos, como se indica a continuación :

	N	P	K
0	2 - 26.812	1 - 12.875	3 - 27.312
1	5 - 30.875	4 - ~~29.146~~	5 - 30.875
	~~29.687~~ - 4	~~28.888~~ - 3	~~29.988~~ - 4
	~~28.406~~ - 3	~~27.782~~ - 2	~~29.188~~ - 2
	~~25.300~~ - 1		~~25.925~~ - 1
2	29.250	5 - 30.875	
	~~29.656~~ - 3	~~30.460~~ - 3	28.375 - 4

Algunas veces al considerar tratamientos a base de $N-P_2O_5-K_2O$ es posible que haya tratamientos NPK más un factor complementario, por ejemplo mas cal o más elementos menores, como es el caso de los tratamientos 9 y 10 del ensayo de papa descrito antes. Los rendimientos de estos tratamientos no se deben incluir en los promedios de los niveles por tratamiento.

3. De los promedios de los niveles <u>0</u> para N, P y K (No = 26.812; Po = 12.875 y Ko = 27.312) señale el rendimiento mínimo con el número 1 colocado a la izquierda de ese valor. En el ejemplo corresponde al valor 12.875 de Po. Este es el primer paso en la obtención de producciones sin otros nutrimentos limitantes.

4. El valor promedio de 12.875 de Po, que corresponde al tratamiento número 4 que incluye además los niveles N_1 y K_1 está afectando entonces los promedios generales obtenidos para los niveles de N_1 y K_1. En otras palabras Po está limitando los efectos de N_1 y K_1. Elimine entonces, de los promedios de los tratamientos para N_1 y K_1 el valor promedio de 12.875. De esta manera, el promedio para N_1 que era de 25.300, pasa a ser de 28.406 y el de K_1 que era de 25.925 pasa a ser de 29.188. Esta e la fase del ajuste de promedios realizado por el paso 1 de la obtención de producciones mínimas y se indica tachando

los promedios 25.300 de N_1, señalándolos además a la derecha con el número 1.

5. Señale con el número 2 a la izquierda de los valores promedios para No y Ko el siguiente valor mínimo. En esta forma la segunda producción mínima corresponde a No = 26.812. Este nivel No está acompañado por los niveles P_1 y K_1, por lo tanto obtenga nuevos promedios para los niveles P_1 y K_1 excluyendo el valor 26.812 de sus promedios actuales. Esta es la fase 2 de rectificación de promedios actuales. El nuevo promedio para P_1 es 28.000 y para K_1 es 29.980. Tache los promedios anteriores y señalelos a la derecha con el número 2. Escriba en la parte superior los nuevos promedios: 28.000 para P_1 y 29.188 para K_1.

6. La siguiente producción mínima, en la línea de los niveles 0 obviamente es Ko = 27.312. Este nivel Ko está acompañado por los niveles N_1 y P_1 en el tratamiento 6 y por los niveles N_2 y P_2 en el tratamiento 8. Elimine de los promedios actuales para N_1 y N_2 y para P_1 y P_2, el valor 24.562 del tratamiento 1-1-0. y 30.062 del tratamiento 2-2-0- Los nuevos promedios son: N_1 = 29.687; N_2 = 29.260; P_1 = 29.146 y P_2 = 30.875. Tache los promedios anteriores y señalelos con el número 3 a la derecha. Escriba en la parte superior los nuevos promedios para N_1 , N_2,P_1, P_2.

7. Prosiga señalando las producciones mínimas en la línea de los niveles 1. La producción mínima en este nivel corresponde a P_1 = 29.146; señalela a la izquierda con el número 4. Este nivel P_1 afecta al tratamiento 1-1-2, o sea a los promedios de N_1 y K_2. Obtenga nuevos promedios N_1 y K_2 eliminando el valor de 29.146 de sus promedios actuales. El nuevo promedio para N_1 es 30.875 que corresponde al tratamiento 1-2-1 que no había sido afectado anteriormente por eliminación de produccíones mínimas. El único tratamiento con el nivel K_2 es el 1-1-2 cuyo valor es 28.375. Tache los promedios anteriores para N_1 y K_2 y señálelos a la derecha con el número 4. Escriba en la parte superior el nuevo promedio para N_1 y K_2. El promedio K_2 es 28.375. En este caso se escribe de nuevo o no se tacha el valor ya escrito.

8. La producción mínima siguiente en la línea de los niveles 1 es de 30.875 que es común para N_1 y P_1 y también para el nivel siguiente de P, o sea P_2. De esta manera se ha llegado a un rendimiento máximo estable común para los tres nutrimentos N, P, K.

9. Trace una gráfica de respuesta de la papa a N, P y K como se ilustra en la Fig. 32.

10. Calcule las pendientes de la línea de respuesta para cada nutrimento así:

$$Y_n = a_n + b_n N$$

$$Y_k = a_k + b_k K$$

o sea que :

$$b_n = \frac{Y_n - a_n}{N \text{ (aplicado)}} = \frac{30.875 - 26.812}{75} = 54,2$$

$$b_p = \frac{Y_p - a_p}{P(P_2O_5)\text{aplicado}} = \frac{30.875 - 12.875}{300} = 60,0$$

$$b_k = \frac{Y_K - a_k}{K(K_2O \text{ aplicado})} = \frac{30.875 - 27.312}{75} = 47,5$$

11. Reemplace en las ecuaciones para cada nutrimento los valores b obtenidos con el nutrimento el mínimo así:

$$Y_N = 26.812 + 54,2\ N \ (30.875 \text{ max}/75\ N)$$

$$Y_P = 12.875 + 60.0\ P \ (30.875 \text{ max}/300\ P_2O_5)$$

$$Y_K = 27.312 + 47,5\ K \ (30.875 \text{ max}/75\ K_2O)$$

Las cifras entre paréntesis indican que se obtiene un rendimiento máximo estable en el ensayo de 30.875 kilogramos con 75 kg/Ha de N, 300 kg/Ha de P_2O_5 y 75 kg/Ha de K_2O. Los valores de las pendientes indican la eficiencia del fertilizante aplicado; así por ejemplo, en el caso de N la aplicación de un kilogramo de fertilizante, hasta una dosis máxima de 75 kg/Ha, se traduce en un incremento de la cosecha en 54,2 kilogramos.

10.3.2 Reglas para la Aplicación del Modelo Liebig.

1. Comience siempre la obtención de producciones mínimas entre los niveles 0 de los distintos nutrimentos.

2. Obtenga las etapas de las producciones mínimas sin saltar promedios de niveles para un nutrimento dado.

3. Las aproducciones mínimas ya usadas no se incluyen en la obtención de nuevos promedios.

4. No use promedios que resulten iguales a otros promedios. En este caso debe volverse a los datos originales (libros de campo o datos por replicaciones) para tratar de crear diferencias decimales y así proceder como en la forma general.

5. Coloque en una gráfica los puntos de respuesta para los nutrimentos en estudio, como se ilustra en la figura 33. Si no resultó un rendimiento máximo estable común para los tres nutrimentos o los nutrimentos en estudio se busca el promedio ponderado de los puntos máximos, el cual correspondería al rendimiento máximo común para los nutrimentos.

10.4 RESUMEN.

En el presente capítulo el lector encontrará principios básicos para el entendimiento de los varios modelos que se encuentran en la literatura para evaluar la fertilidad de los suelos. Se deriva la ecuación de Mitscherlich y se explica la variante de Spillman dando algunos ejemplos. Se

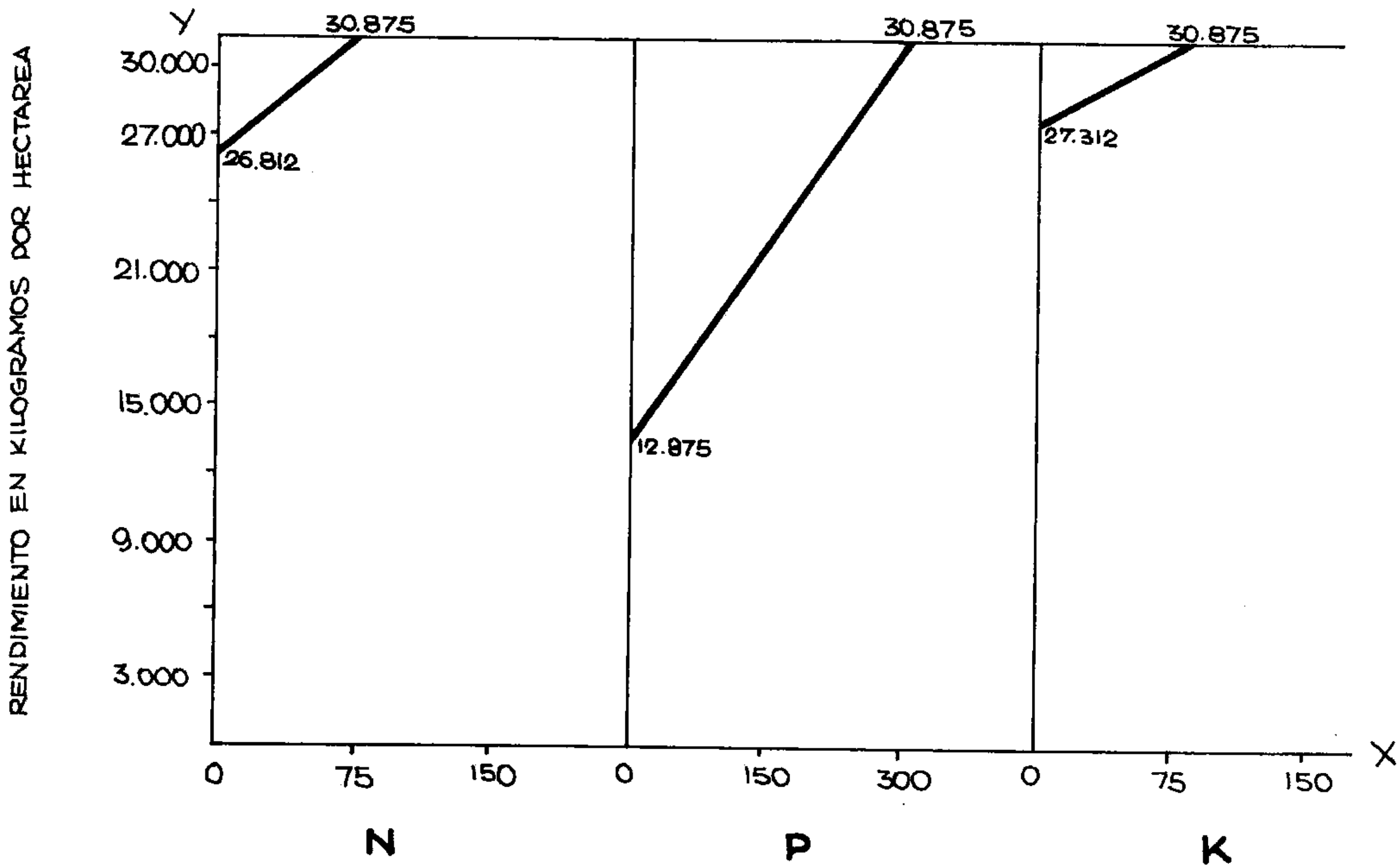

Figura 33. **Respuesta de la papa (*Solanum tuberosum* L.)** a N, P y K en un suelo de la **Sabana de Bogotá, aplicando la ley del Mínimo de Liebig (9).**

definen los modelos matemáticos continuos y discontinuos citando sus ventajas y limitaciones. El modelo discontinuo o ley del Mínimo de Liebig se aplica a un ensayo sobre respuesta de la papa a la fertilización.

10.5 PREGUNTAS.

1. Defina la expresión "crecimiento de las plantas". Trace una gráfica que represente la relación general entre cualquier factor de crecimiento y el desarrollo de la planta.

2. Derive la ecuación de Mitscherlich. Discuta las limitaciones En qué consiste la variante de Spillman a la ecuación de Mitscherlich?

3. Discuta brevemente como la interacción de nutrimentos puede modificar la forma de la ecuación de Mitscherlich.

4. Defina el término "unidad baule". Qué porcentaje del rendimiento máximo se obtiene con la aplicación de una unidad del factor de crecimiento X ? De 2? de 3 ? de 4 ?. Aparentemente cual es la naturaleza de la respuesta ?

5. Que se entiende por modelos matemáticos continuos? Describa las diferentes formas de regresión.

6. Qué se entiende por modelos matemáticos discontinuos? Discuta brevemente su fundamento.

7. Haga un paralelo entre los modelos continuos y los discontinuos como medios para evaluar la respuesta de los cultivos a la aplicación de fertilizantes.

8. Porqué es tan importante para el agricultor práctico reconocer la importancia de los factores limitantes en la producción de cosechas ?

9. !El rendimiento de los cultivos ha venido aumentando gradualmente en los últimos años. En su opinión cuál es el último obstáculo a vencer para obtener posteriores incrementos en los rendimientos de las cosechas ?

10. En el sentido más estricto del término, es posible referirse a los factores ambientales como variables independientes ? Porqué ?

BIBLIOGRAFIA

1. ACOSTA, J.G. y V. FLOREZ. 1977. Métodos utilizados en el análisis agroeconómico de la respuesta de cultivos a fertilizantes. Bogotá. Instituto Colombiano Agropecuario - División de Estudios Socioeconómicos. 59 p. (mecanografiado).

2. BALBA, A.M. y R.H. BRAY. 1956. New fields for the application of Mitscherlich equation. I. Quantitative measure for the relative effectiveness of nutrients. Soil Sci. 82:497-502.

3. BALMUKAND, S.H. 1926. The relation between yield and soils nutrients. J. Agric, Sci, 18:602-629.

4. BRAY, R.H. 1944. Soil-Plant relations. I. The quantitative relation of exchangeable potassium to crop yields and to crop response to potash additions. Soil Sci. 58:305-324.

5. BRAY, R.H. 1948. Correlation of soil test with response to added fertilizer and fertilizer requeriment. In: Diagnostic Technique for soil and crops. Washington, D.C. The Amer. Potash Institute. pp. 53-86.

6. BRAY, R.H. 1958. The correlation of phosphorus soil test with response of wheat through a modified Mitscherlich equation. Soil Sci. Soc. Amer. Proc. 22:314-317.

7. CASTILLO, J. 1961. Ensayo de análisis de crecimiento en cafeto. Cenicafé (Colombia) 12:1-16.

8. CATE, R.B. and L.A. NELSON. 1971. A simple statistical procedure for partitioning soil test correlation data into two classes. Soil Sci. Soc. Amer. Proc. 35(4):658-659.

9. CATE, R.B. y G. MARIN. 1976. Ejemplo de la aplicación de la Ley del Mínimo a la interpretación agro-económica de ensayos con fertilizantes . Bogotá. Instituto Colombiano Agropecuario Programa de Suelos. 10 p. (mimeografiado).

10. GOMEZ, J.F.; A. MARTINEZ y J. ORTEGA. 1968. Fertilización fosfatada en suelos de la serie Tibaitatá. Agric. Trop. (Colombia) 24:443-449.

11. MESTRE, A. 1965. Ajuste de la ecuación de Mitscherlich para la interpretación económica de experimentos con fertili.antes. Cenicafé (Colombia) 16:77-91.

12. RANGANATHAN, V.; R. SOUNDARAJAN, C.S.; BALASSUNDARAM, y K. GOVINDARAJ. 1969. Validez de las ecuaciones de Mitscherlich y Bray para el estudio de la respuesta de los cultivos a los fertilizantes. Paris. Fertilité 33:31-42.

13. RANGANATHAN, V.; C.S. BALASSUNDARAM, K. GOVINDARAJAJ y M. GURUSWAMY. 1969. Estudio de la relación entre el análisis de suelos y el rendimiento de la caña de azúcar. Paris. Fertilité 34:10-21.

14. RUSSEL, E.J. y E.W. RUSSELL. 1954. Las condiciones del suelo y el desarrollo de las plantas. Madrid, Aguilar, pp. 5-28.

15. SAUCHELLI, V. 1959. La Ley del Mínimo. Arroz(Colombia) 8(94): 21-22.

16. SNEDECOR, G.W. 1956. Statistical methods. Ames. Iowa (U.S.) The Iowa State College Press. 534 p.

17. SPILLMAN, W.J. y E. LANG. 1924. The law of disminishing returns. world Book Company. New York.

18. SPILLMAN, W.J. 1933. Use of the exponential yield curve in fertilizer experiments. Washington, Department of Agriculture Tech. Bull- 348 p.

19. SWANSON, E.R. 1963. The static theory of the firm and three laws of plant growht. Soil Sci. 95:338-343.

20. TISDALE, S.L. and W.L. NELSON. 1958. Growth and the factors afecting it. In: Soil fertility and Fertilizers. pp. 22-39. New York, the McMillan Company. 430 p.

21. VAN DER PAAUW, F. 1952, Critical remarks concerning the readibility of the Mitscherlich effect law. Plant and Soil 4: 97-106.

22. VEGA, V.M.; J. DIAZ y G.B. BAIRD. 1960. Fertilización de la papa en la Sabana de Bogotá y alrededores. Bogotá. Ministerio de Agricultura D.I.A. Boletín Técnico No.6 31 p.

23. WAUGH, D.L.; R.B. CATE y L.A. NELSON. 1973. Discontinuos models for rapid correlation interpretation, and utilization of soil analysis and fertilizer response data. Ralegih, North Carolina State University, International Soil Fertility Evaluation and Improvement Program. Tech. Bull. No.7 77 p.

24. WILCOX, O.W. 1954. Quantative agrobiology: III The Mitscherlich equation and its constants. Agron. Jour, 46(7):323:326.