8. ANALISIS ECONOMICO DE LA FERTILIZACION EN CULTIVOS

Vicente Flórez Dussán *

8.1. INTRODUCCION

Gran parte de los estudios sobre respuesta de cultivos a la fertilización se ha orientado principalmente al análisis de la eficiencia física, pero pocos incluyen además el análisis económico para basar las recomendaciones sobre niveles óptimos de fertilización (4).

El técnico debe calcular no sólo la producción por hectárea que se obtendrá al aplicar la dosis de fertilizante, sino también el beneficio económico que la fertilización representaría para el agricultor bajo diferentes situaciones de precios del insumo y del producto, calculando para cada recomendación el incremento probable en el ingreso neto por hectárea.

8.2. ANALISIS ECONOMICO DE LA RESPUESTA

Las recomendaciones sobre uso de fertilizantes deben incluír dosis, fórmula, época y forma de aplicación, así como también el análisis de las variaciones en las utilidades. De otra parte, un aumento en los rendimientos físicos de los cultivos no necesariamente representa ventajas económicas para el agricultor. Por consiguiente, el técnico antes de formular la recomendación debe

* Ingeniero Agrónomo, M.S. Sistemas de Producción. Centro Nacional de Investigaciones Agropecuarias, Tibaitatá. Apartado Aéreo 151123 Bogotá, D.E.

estimar los costos e ingresos adicionales por hectárea derivados del uso del fertilizante, mediante el análisis incremental o utilizando funciones de producción o de respuesta, con el fín de llegar a una recomendación apropiada (4, 8).

8.2.1. Análisis Incremental.

En el siguiente ejemplo se indica cómo a partir de una recomendación agronómica puede estimarse el incremento en las ganancias por hectárea. Supongamos que el técnico ha determinado que la recomendación de N-P-K por hectárea en un cultivo de papa es la siguiente: 75 a 150 kg de N/Ha; 200 a 450 kg de P_2O_5/Ha, y 75 a 150 kg de K_2O/Ha. A continuación calculamos el rendimiento que obtendrá el agricultor como resultado de aplicar la dosis mínima o máxima de fertilizante. Para fines del ejemplo hemos asumido que en la finca el agricultor está produciendo 10 toneladas de papa por hectárea sin fertilización.

Consideremos además tres alternativas posibles de respuesta de la papa a la aplicación de N-P-K de 13, 15 y 20 toneladas por hectárea. Posteriormente se analizan, para cada caso, los ingresos brutos adicionales que se obtendrían, así como los costos en que incurriría el agricultor para aumentar sus ingresos, asumiendo dos posibles precios para la papa y dos para cada uno de los nutrimentos aplicados. La Tabla 8.1 ilustra las diferentes situaciones de rendimiento, precios, ganancias y la relación beneficio-costo (4, 10).

TABLA 8.1. Análisis de costos e ingresos netos adicionales por hectárea en papa, debidos a la aplicación de N-P-K, y relación beneficio-costo, cuando se consideran tres posibilidades de respuesta y variaciones en los precios del fertilizante y del producto. Se toma una producción de papa de 10 toneladas por hectárea sin fertilización.

		Nutrimentos aplicados N	P	K	Costo Total del N-P-K (incluye aplicación y transporte) *	Variaciones en el Ingreso Neto por Hectárea ($), si: ** El Aumento en el Rendimiento es: Del 30% = 3 t/Ha Precio/carga $800	Del 30% = 3 t/Ha Precio/carga $1000	Del 50% = 5 t/Ha Precio/carga $800	Del 50% = 5 t/Ha Precio/carga $1000	Del 100% = 10 t/Ha Precio/carga $800	Del 100% = 10 t/Ha Precio/carga $1000
1. Dosis (kg/Ha)		75	200	75							
Precio de N-P-K ($/kg)	Caso 1	44	33	18	13.100	-3.500 (0,85)	1.300 (1,06)	2.900 (1,10)	10.900 (1,37)	18.900 (1,42)	34.900 (1,77)
	Caso 2	50	40	20	15.100	-5.500 (0,78)	-700 (0,97)	900 (1,03)	8.900 (1,29)	16.900 (1,36)	32.900 (1,70)
2. Dosis (kg/Ha)		150	450	150							
Precio de N-P-K ($/kg)	Caso 1	44	33	18	28.100	-18.500 (0,51)	-13.700 (0,64)	-12.100 (0,73)	-4.100 (0,91)	3.900 (1,06)	19.900 (1,33)
	Caso 2	50	40	20	32.450	-22.850 (0,46)	-18.050 (0,57)	-16.450 (0,66)	-8.450 (0,83)	-450 (0,99)	15.550 (1,24)

* Al costo del fertilizante se le han adicionado los siguientes: transporte $40/bulto y aplicación de 3 bultos/día a $250/jornal.

** Al ingreso bruto adicional (aumento en el rendimiento x precio de venta) se le han deducido además los siguientes costos: recolección $100/bulto; empaque $50/bulto y transporte al mercado $50/bulto de papa de 62.5 kg.

Los números entre paréntesis corresponden a la relación beneficio-costo para cada situación de ingresos y de costos (Incremento en el Rendimiento x Precio de Venta ÷ Costos Totales).

Tomemos el caso de un incremento en el rendimiento de 3 t/Ha (rendimiento total = 13 t/Ha), con precios para la papa de $800 y $1000/carga de 125 kg, y de $44/kg de N, de $33/kg de P_2O_5 y $18/kg de K_2O. Según estos datos se tendría lo siguiente:

- Si el precio de la papa fuera de $800/carga ($6.400/t):

Incremento en el ingreso total...........................	$ 19.200
Menos costo de N, P, K y otros.........................	$ 22.700
Pérdida para el agricultor..............................	$ 3.500/Ha

- Si el precio de la papa fuera de $1000/carga ($8.000/t):

Incremento en el ingreso total...........................	$ 24.000
Menos costo de N, P, K y otros.........................	$ 22.700
Ganancia para el agricultor	$ 1.300/Ha.

Se han tenido en cuenta los costos asociados con la fertilización como serían transporte y aplicación del insumo y empaques e incremento en el uso de mano de obra para la cosecha del producto. Debe considerarse además la aversión del agricultor al riesgo.

También es importante calcular la relación beneficio-costo de la fertilización, es decir, la relación entre el valor de la producción adicional proveniente de la fertilización y el costo incurrido para lograr dicho incremento. En nuestro caso tendríamos:

$$\frac{\text{Incremento en el ingreso total}}{\text{Costo de fertilización y otros adicionales}} = \frac{3\ t \times \$8.000/t}{\$\ 22.700} = 1{,}06$$

Lo anterior indica que por cada peso invertido en fertilizantes se ha obtenido \$1,06, es decir una ganancia de 6 centavos (del 6%), que muy seguramente no induciría al agricultor a fertilizar. En el primer caso la relación beneficio-costo es de 0,85, lo cual significa que por cada \$1,00 invertido en la fertilización sólo se recuperarían \$0,85.

La Figura 8.1. ilustra el análisis técnico-económico de un ejemplo hipotético de respuesta de la papa a la aplicación de diferentes dosis de N-P-K. Para ello suponemos que:

- La producción de papa por hectárea sin fertilización (N_O-P_O - N_O) es de Y_O.
- Que al aplicar la dosis N_1 - P_1 - K_1 se obtiene un rendimiento Y_1, donde: $Y_1 = Y_0 + \Delta Y_1$
- Con el uso de N_2 - P_2 - K_2 el rendimiento es Y_2, donde: $Y_2 = Y_1 + \Delta Y_2 = Y_0 + \Delta Y_1 + \Delta Y_2$, con $\Delta Y_2 < \Delta Y_1$

Conviene analizar ahora si se justifica aplicar únicamente la dosis N_1 - P_1 - K_1, o se puede utilizar el nivel N_2 - P_2 - K_2. Esto se consigue hallando, en cada caso, el incremento en el ingreso bruto y el correspondien-

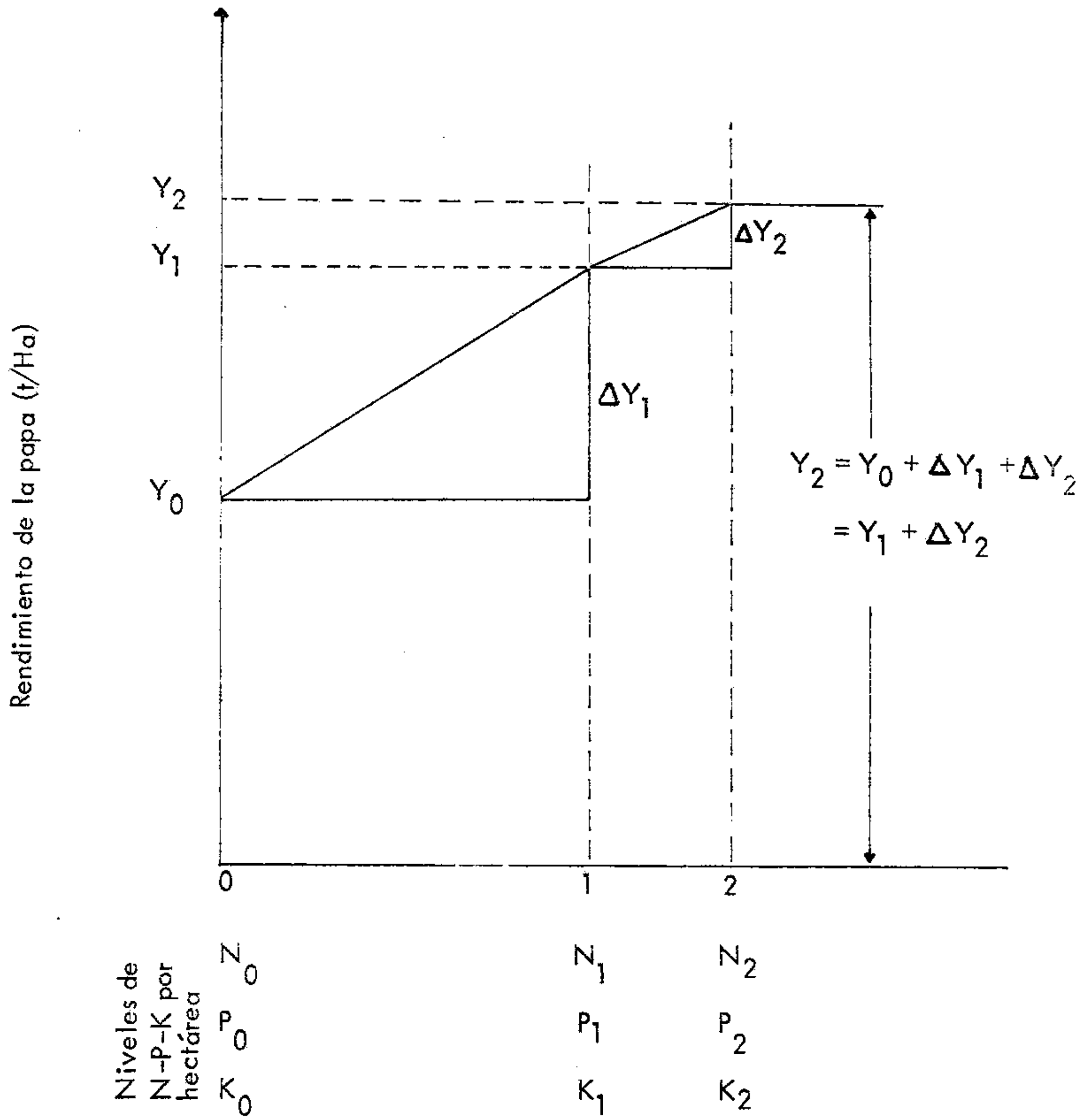

FIGURA 8.1. Ejemplo hipotético de respuesta de la papa a la aplicación de diferentes dosis de N-P-K.

te aumento en el costo de producción debido al uso del fertilizante, así:

Caso 1:

Incremento en el Ingreso Bruto $= (Y_1 - Y_0) \cdot P_y = \Delta Y_1 \cdot P_y$

Menos costo de N_1-P_1-K_1 $= N_1 . P_n + P_1 . P_p + K_1 . P_k$

Diferencia = Ganancia o pérdida

Caso 2:

Incremento en el Ingreso Bruto $= (Y_2 - Y_0) \cdot P_y = (\Delta Y_1 + \Delta Y_2) \cdot P_y$

Menos costo de N_2-P_2-K_2 $= N_2 . P_n + P_2 . P_p + K_2 . P_k$

Diferencia = Ganancia o pérdida

Para decidir si utilizar N_2-P_2-K_2 debe cumplirse que $\Delta Y_2 . P_y$ sea mayor que el incremento en los costos de fertilización al pasar de N_1-P_1-K_1 a N_2-P_2-K_2. Además, tal diferencia debe ser lo suficientemente atractiva como para hacer que el agricultor se decida a invertir en esa cantidad adicional de fertilizante. Pero cuando esa diferencia es negativa, igual a cero o aún muy próxima a cero, debe emplearse únicamente el nivel N_1-P_1-K_1.

Por ejemplo, en el caso de un cultivo de algodón donde la recomendación sea aplicar úrea, el análisis incremental sólo se referirá a dosis de nitrógeno (N_0, N_1, etc.), siguiendo el mismo procedimiento de análisis técnico-económico utilizado para el ejemplo de papa. Según las cifras de la Tabla 8.2., el agricultor al aplicar úrea puede aumentar su producción por hectárea en 200 o en 400 kg de algodón semilla, situación ésta que se analiza teniendo

TABLA 8.2. Estimación de costos e ingresos netos adicionales por hectárea en algodón debidos a la aplicación de úrea, y relación beneficio-costo, considerando variaciones en los precios del insumo y del producto y dos alternativas de incremento en el rendimiento.

Costo del fertilizante y su aplicación (N = 50 kg/Ha)	Variaciones en el Ingreso Neto por Hectárea de Algodón, si: El incremento en el rendimiento es de 200 kg/Ha de algodón semilla *			El incremento en el rendimiento es de 400 kg/Ha de algodón semilla *		
	A	B	C	A	B	C
2.700	3.900 (2,03)	4.600 (2,21)	5.300 (2,39)	10.500 (3,14)	11.900 (3,42)	13.300 (3,71)
2.900	3.700 (1,93)	4.400 (2,10)	5.100 (2,28)	10.300 (3,02)	11.700 (3,29)	13.100 (3,57)

* Precios de algodón fibra: A = \$90.000/t; B = \$100.000/t; C = \$ 110.000/t
Precio de la semilla de algodón: \$ 12.000/t
Precio del nitrógeno : \$ 46.50 y \$ 50.50/kg (Urea como fuente de N); otros costos = \$ 5.500/t de algodón semilla

NOTA: De una tonelada de algodón semilla se obtiene aproximadamente: 35% de fibra, 59% de semilla, y el 6% corresponde a mermas.
Los números entre paréntesis se refieren a la relación beneficio-costo de la inversión en fertilización, calculada para cada situación de precios del producto y del N.

cuenta cambios en los precios para el N y para el algodón fibra.

nálisis similares a los anteriores son de gran utilidad tanto para el agricul- como para el técnico, y por lo tanto deben realizarse antes de tomar una ecisión sobre aplicación de fertilizantes.

2.2. Análisis por Medio de Funciones de Producción.

el proceso de producción agropecuaria se requiere de una amplia variedad e factores tales como tierra, mano de obra, capital, agua, etc., que combi- os en el tiempo y en el espacio, conducen a la obtención de un producto. consiguiente, para un nivel de tecnología dado, la cantidad de producto e se espera obtener depende de la cantidad y calidad de los diferentes fac- res de producción empleados. Este tipo de relación se describe por medio funciones de producción, las cuales asocian la producción física con canti- aaes físicas de uno o mas recursos. La función de producción es un modelo atemático que ayuda a entender y controlar las relaciones de causa-efecto e se presentan en el desarrollo de los cultivos (4).

ara el análisis de respuesta de los cultivos a la fertilización se tienen el mo- elo contínuo o de funciones de producción propiamente dichas, y el modelo discontínuo o de "Respuesta Lineal - Plateau", desarrollado por investigadores de la Universidad de Carolina del Norte, el cual se basa en la "Ley del mí- nimo" de Liebig (2, 4, 5, 9, 11). Estas metodologías permiten el análisis técnico-económico de datos de ensayos regionales sobre respuesta de cultivos a la aplicación de diferentes dosis de nutrimentos, y por consiguiente son una guía para dar recomendaciones a los agricultores sobre el uso económico de los fertilizantes y pautas al investigador en la orientación de su labor (4).

8.2.2.1. La Función de Producción en el Modelo Continuo. Uno de los modelos de funciones de producción más utilizado en el análisis de la respuesta es el modelo cuadrático, que permite representar los rendimientos decrecientes, facilita el cálculo de muchas de las relaciones factor-producto y factor-factor y permite además incluir el número deseado de variables independientes y estudiar las interacciones entre ellas. La principal limitación del modelo es la complejidad de los cálculos cuando no se dispone de computadora y se incluyen dos o más variables independientes. El modelo presenta en ocasiones la tendencia a sobreestimar el rendimiento máximo y el nivel de fertilizante requerido para obtenerlo.

La relación factor-producto implica que para la obtención de un producto sólo se tiene un factor variable y los demás se asumen como fijos. Su expresión matemática es:

$$Y = f(X_1 / X_2, X_3, \ldots, X_n)$$

donde:

Y es el producto que se va a obtener;

X_1 es el insumo variable, porque varía según el nivel de producción, y

$X_2, X_3, \ldots, X_n$, son los factores fijos, cuyas cantidades no varían con el volumen de producción alcanzado.

La forma de esta función refleja la "Ley de los rendimientos físicos marginales decrecientes", que se expresa de la siguiente manera: si un factor de producción se incrementa en cantidades iguales por unidad de tiempo, mientras que las de los demás factores permanecen constantes, el producto total obtenido aumenta hasta alcanzar un punto después del cual los incrementos adicionales en la producción se vuelven cada vez menores. Este tipo de función permite establecer diferentes relaciones matemáticas; las de mayor importancia dentro del análisis técnico económico son aquellas referentes a producción física total, media y marginal, y la de ingreso neto o ganancia.

El producto físico medio (PP) es igual al producto físico total (PT) dividido por la cantidad de factor variable X; es decir:

$$PP = \frac{PT}{X} = \frac{Y}{X}$$

Esta relación equivale al concepto de "eficiencia de producción", o "productividad del factor X" (1, 3, 4, 6, 7).

El producto físico marginal (PM) es el aumento en el producto total (ΔY) resultante de la aplicación de una unidad adicional del insumo variable X (ΔX), o sea:

$$PM = \frac{\Delta Y}{\Delta X}$$

Cuando ΔX tiende a cero, la relación $\frac{\Delta Y}{\Delta X}$ se expresa entonces por $\frac{dy}{dx}$, que equivale a la primera derivada de la función de producción $Y = f(X)$, con respecto a la variable X.

En la producción agrícola, la determinación del nivel óptimo de uso de un factor X en la obtención de un proyecto Y es un aspecto muy importante para la toma de decisiones del agricultor.

La utilización óptima del factor variable en el sentido económico depende tanto del costo unitario del factor variable como del precio de venta del producto. Esta cantidad de factor variable es la que maximiza el ingreso neto o ganancia para el productor (1, 3, 4, 6, 7).

El ingreso neto (IN) es igual al valor de la producción total (VPT) menos todos los costos asociados, requeridos para la producción. El costo total (CT) es igual a la suma de los costos variables (CV) y los costos fijos (CF). Cuando en el proceso productivo varía un solo insumo, el costo variable se refiere únicamente al costo de este factor y todos los otros costos se asumen como fijos. Esta situación es real cuando se considera, por ejemplo, la adición de un fertilizante a un cultivo o de un concentrado a la alimentación animal.

En la Figura 8.2. (a) se representan las funciones de valor total de la producción (VTP), la de costos variables totales (CV), la de costos fijos totales

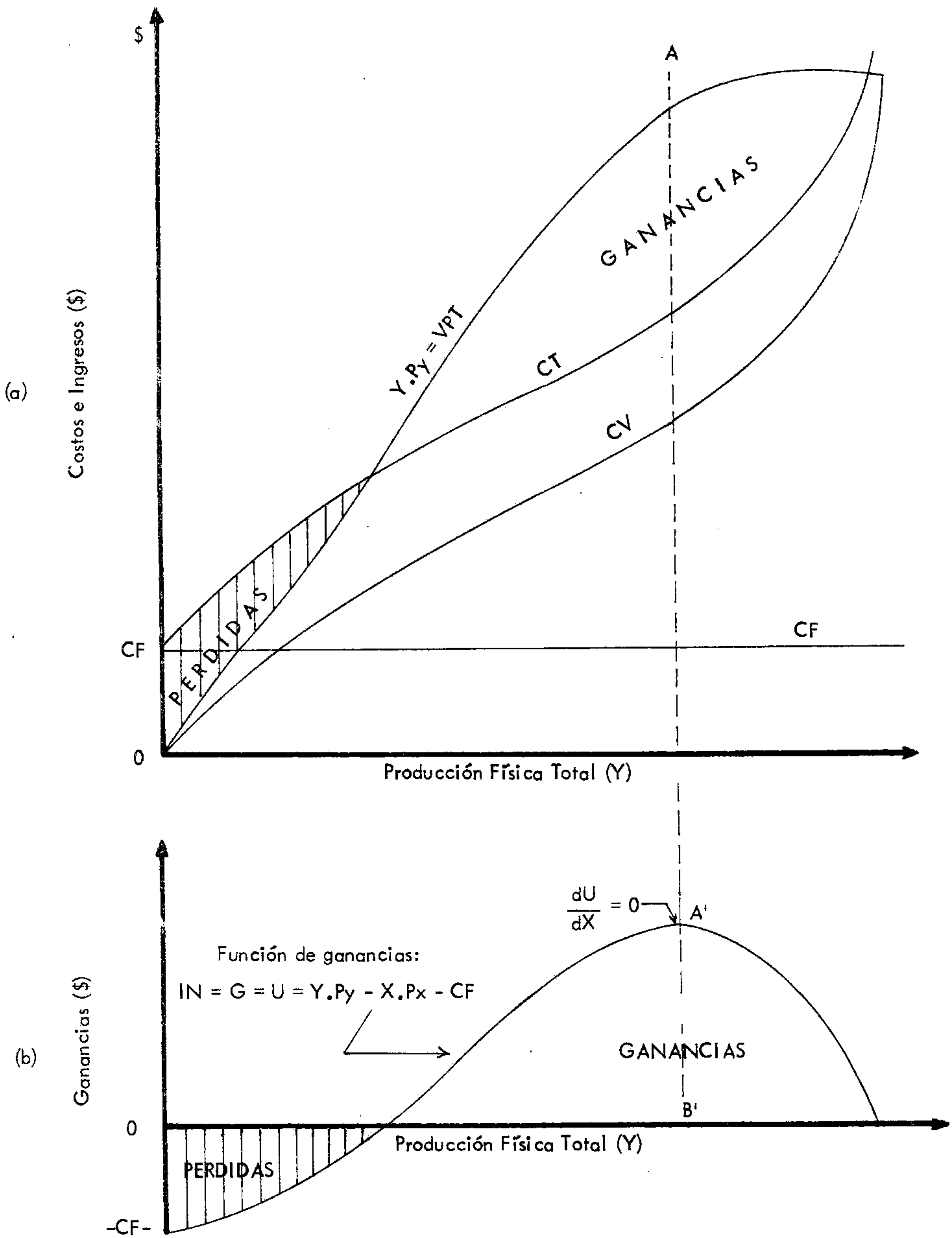

FIGURA 8.2. Representación de las funciones de ingreso total, costos y ganancias. Tomada de Acosta (1), Flórez (4).

(CF) y la de costos totales (CT). El área entre la curva de VTP y la de costo total (CT) representa utilidad si VTP > CT, y pérdidas si CT > VTP.

La Figura 8.2. (b) representa la función de ingreso neto o de utilidad, la cual se puede expresar matemáticamente por:

$$U = IN = VTP - CT = VTP - (CV + CF)$$

El ingreso neto (IN) es una función de la cantidad utilizada del factor X debido a las siguientes relaciones:

$$Y = f(X)$$

$$VPT = P_y . Y = P_y . f(X)$$

$$CV = P_x . X \qquad CF = \text{Constante}$$

P_y = Precio unitario del producto Y

P_x = Precio unitario del factor variable X

La función de ingreso neto (diferencia entre las funciones de IT y de CT) tiene un máximo. El problema es averiguar la cantidad de X que maximiza esta nueva función. Sabemos que el máximo de una función resulta de derivar la función y resolver la primera derivada para el valor de X, que hace esta derivada igual a cero. Según estas consideraciones se tiene que:

$$U = G = IN = P_y . Y - P_x . X - CF$$

Por tanto,

$$\frac{dU}{dx} = P_y \cdot \frac{d_y}{d_x} \cdot P_x$$

y cuando

$$\frac{dU}{dx} = 0 \quad \text{se está maximizando el ingreso neto}$$

entonces:

$$P_y \cdot \frac{dy}{dx} = P_x, \text{ o también } \frac{d_y}{dx} = \frac{P_x}{P_y}$$

La última relación indica que para maximizar utilidades, cuando se tiene una relación factor-producto, la primera derivada de la función de producción (dy/dx), o producto físico marginal de X, debe ser igual a la relación entre el precio del insumo y el precio del producto (P_x/P_y). En el punto A' la primera derivada de la función de IN es igual a cero (dU/dx = 0) y simultáneamente la distancia AB (máxima separación entre las curvas de IT y de CT) es igual a la distancia A'B', como se indica en la Figura 8.2.

La relación factor-producto se ilustra mediante una función de producción obtenida a partir de un grupo de ensayos regionales de fertilización en trigo con nitrógeno (N) y fósforo (P), y en los cuales el cultivo de trigo sólo presentó respuesta a la aplicación de fósforo (en todas las ecuaciones P se ha tomado con el significado de P_2O_5, por ser ésta la base para aplicar cantidades de fósforo al suelo) (1, 3, 4, 6, 7).

Sea la función de producción:

$$Y = 2.359,58 + 12,03502\ P - 0,02929\ P^2$$

La primera derivada de esta función es la producción marginal del factor variable fósforo (PM_p = dY/dP), o sea:

$$\frac{dY}{dP} = 12,03502 - 0,05858\ P$$

Cuando dY/dP se hace igual a cero se obtiene el nivel de P que maximiza la función, por lo tanto:

$$\frac{dY}{dP} = 12,03502 - 0,05858\ P = 0$$

$$P = \frac{12,03502}{0,05858} = 205,45 \text{ kg (nivel máximo de P)}$$

Este nivel de P (P máximo) se reemplaza en la ecuación original para determinar la producción máxima de trigo por hectárea (Y máxima), así:

$$Y_{máx.} = 2.359,58 + 12,03502\ (205,45) - 0,02929\ (205,45)^2$$

$$Y_{máx.} = 3.595,85 \text{ kg de trigo/Ha.}$$

Sin embargo, desde el punto de vista económico es más importante calcular el uso óptimo de fósforo con el fín de estimar la producción económica. Esta se obtiene cuando la producción marginal es igual a la relación entre el precio unitario del factor variable (P_p) y el del producto (P_y), es decir:

$$\frac{dY}{} = \frac{\text{Precio unitario de P}}{\text{Precio unitario de Y}} \text{ , o sea : } \frac{dY}{dP} = \frac{P_p}{P_y}$$

Siguiendo el ejemplo anterior y asumiendo unos precios para el factor (P_p = \$26,10/kg) y el producto (Py = \$7,00/kg), se tendrá entonces:

$$\frac{dY}{dP} = 12,03502 - 0,05858\ P = \frac{\$\ 26,10}{\$\ 7,00} = 3,72857$$

$$P = \frac{8,30645}{0,05858} = 141,80 \text{ kg/Ha} \quad \text{(nivel óptimo de P)}$$

Reemplazando este P óptimo en la ecuación original se obtiene la producción óptima de trigo por hectárea ($Y_{óptimo}$ = 3.477,20 kg/Ha). Una vez determinados estos óptimos, y con los precios unitarios para el insumo y el producto, se calcula el ingreso neto máximo por hectárea en la producción de trigo. Para ello se halla la diferencia entre el valor de la producción total a nivel de Y óptimo (VPT = $Y_{óptimo} \cdot P_y$) y el costo total (CT, representado por el costo del fertilizante (CV) y los costos fijos (CF), que incluyen todos los otros costos de producción). Por consiguiente:

Ingreso Neto Máximo ($IN_{máximo}$) = VPT - CT = VPT - (CF + CV) (a)

donde,

$VPT = Y_{ópt.} \cdot P_y = 3.477,20$ kg . \$ 7,00/kg

$CV = P_{ópt.} \cdot P_p = 141,80$ kg . \$ 26,10/kg

CF = \$ 8.000/Ha (asumido)

Reemplazando estos términos en la ecuación (a) por los valores respectivos se llega a:

$IN_{máximo}$ = \$ 24.340,40 -(\$8.000 + \$3.700,98) = \$12.639,42/Ha

$IN_{máximo}$ = \$ 12.639,42/Ha

Este último valor se refiere al máximo ingreso neto por hectárea que podría obtenerse, dadas una función de producción y unos precios para el producto (trigo) y el factor variable (fósforo), asumiendo los otros costos de producción de trigo por hectárea en \$8.000. Si cambian los precios unitarios de Y y P, también cambiará el óptimo.

La Tabla 8.3. ha sido elaborada a partir de la función de producción:

$$Y = 2.359,58 + 12,03502\,P - 0,02929\,P^2$$

con el fin de hacer resaltar los puntos de mayor interés dentro del análisis factor-producto, y está representada gráficamente en la Figura 8.3. La Tabla 8.3. comprende los diferentes niveles de Y (PT) y los respectivos valores de VPT, VPP, VPM, CT e IN, que resultan de aplicar diferentes dosis de fósforo por hectárea, así como una situación de precios para el producto y el factor variable (Figura 8.3).

TABLA 8.3. Valor de la producción total, media y marginal, y niveles de ingreso neto, para diferentes dosis de fósforo por hectárea, según la función de producción $Y = 2359,58 + 12,03502\,P - 0,02929\,P^2$, obtenida de los datos de ensayos regionales de trigo realizados por el Programa Nacional de Suelos, ICA. Sabana de Bogotá. Tomada de Acosta (1), Flórez (4).

Aplicación de fósforo por Ha a/	Producción total X (kg/Ha)	Valor de la Producción b/ Total VPT	Valor de la Producción b/ Media VPP	Valor de la Producción b/ Marginal VPM	Costo de Producción c/ Variable CV	Costo de Producción c/ Total CV + CF	Ingreso Neto (I N) $/ Ha
0	2.359,58	16.517	-		0	8.000	8.517
1	2.477,00	17.339	17.339	822	261	8.261	9.078
2	2.588,56	18.120	9.060	781	522	8.522	9.598
3	2.694,27	18.860	6.287	740	783	8.783	10.077
4	2.794,12	19.559	4.750	699	1.044	9.044	10.515
5	2.888,11	20.217	4.043	658	1.305	9.305	10.912
6	2.976,24	20.834	3.472	617	1.566	9.566	11.268
7	3.058,51	21.410	3.058	576	1.827	9.827	11.583
8	3.134,93	21.944	2.743	534	2.088	10.088	11.856
9	3.205,48	22.438	2.493	494	2.349	10.349	12.089
10	3.270,18	22.891	2.289	453	2.610	10.610	12.281
11	3.329,02	23.303	2.118	412	2.871	10.871	12.432
12	3.382,01	23.674	1.973	371	3.122	11.122	12.552
13	3.429,13	24.004	1.846	330	3.393	11.393	12.611
14	3.470,40	24.293	1.735	289	3.654	11.654	12.639
14,18*	3.477,20	24.340,40	1.716	261,0 247,87	3.701	11.701	12.639,42
15	3.505,81	24.541	1.636		3.915	11.915	12.626
16	3.535,36	24.748	1.547	207	4.176	12.176	12.572
17	3.559,05	24.913	1.465	165	4.437	12.437	12.476
18	3.576,89	25.038	1.391	125	4.698	12.698	12.340
19	3.588,86	25.122	1.322	84	4.959	12.959	12.163
20	3.594,98	25.165	1.258	43	5.220	13.220	11.945
20,545**	3.595,85	25.171	1.225	0 -0,27	5.362	13.362	11.809
21	3.595,25	25.167	1.198		5.481	13.481	11.686
22	3.589,65	25.128	1.142	-39	5.742	13.742	11.386

a/ Cada unidad de fósforo representa 10 kg/Ha.
b/ Precio unitario del producto (P_y) = $7,00/kg
c/ Precio de una unidad de insumo (10 kg de P, a $26,10/kg) = $261,00; el monto de los costos fijos por hectárea (CF) se asumió en $ 8.000,00
* Uso óptimo de P para maximizar IN/Ha (con Y óptimo)
** Nivel de P que maximiza la producción (Y máximo).

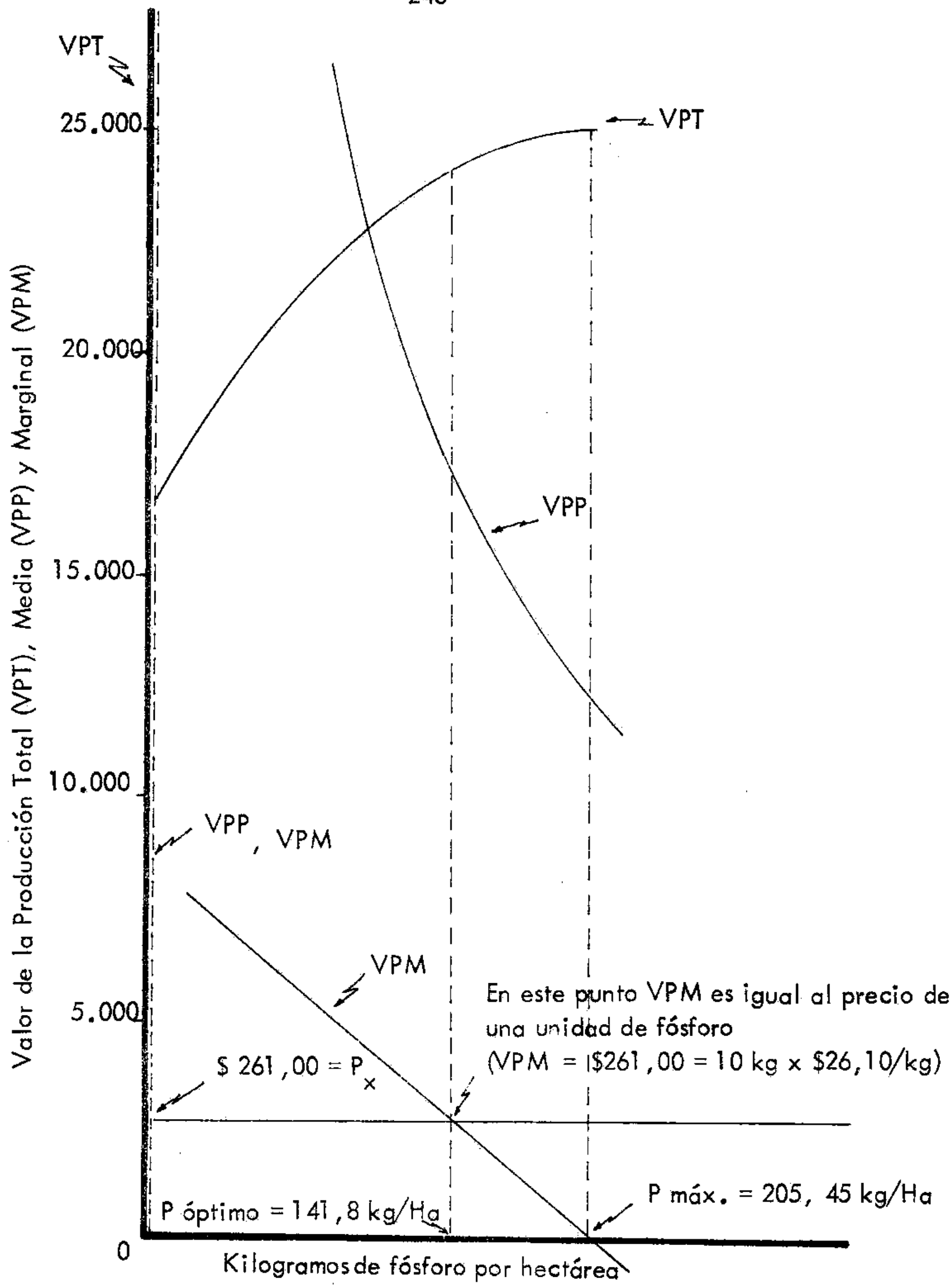

FIGURA 8.3. Relaciones entre las curvas de valor de la producción total (VPT), media (VPP) y marginal (VPM). según la función de producción: $Y = 2359.58 + 12.03502\ P - 0.02929\ P^2$. Tomada de Acosta (1), Flórez (4).

8.2.2.2. Uso del Análisis de Sensibilidad. Uno de los objetivos del análisis económico de la respuesta de cultivos a la fertilización es calcular los ingresos netos derivados del uso racional de los fertilizantes. Los resultados económicos deben ser complementados con un análisis de la variación en los niveles óptimos de uso del fertilizante y de las ganancias que se presenten debidas a cambios en los precios del insumo, del producto o bien de ambos, según las expectativas del mercado. Este tipo de estudio se conoce con el nombre de análisis de sensibilidad y se ilustra mediante dos ejemplos de respuesta del trigo a la fertilización (1, 4).

Para el caso de un factor variable se ha tomado la función de producción:

$$Y = 2.360 + 12{,}03502\ P - 0{,}02929\ P^2$$

para la cual el uso óptimo de fósforo calculado fue de 163 kg/Ha y el correspondiente nivel de producción de 3.543 kg de trigo/Ha, asumiendo un P_p de \$20/kg y un P_y de \$8/kg (1, 4).

El análisis de sensibilidad permite entonces comparar la variación en los ingresos netos con el porcentaje de variación en los precios. En el ejemplo se asume una posible variación de hasta un 20% por encima y por debajo de los precios iniciales.

A partir de la ecuación:

$$\frac{dy}{dp} = 12{,}03502 - 0{,}05858\ P = \frac{P_p}{P_y}$$

considerando una variación en el precio del trigo y un precio fijo para el fósforo de $20/kg se llega a la ecuación

$$P \text{ (nivel óptimo de P)} = \frac{12{,}03502 - \$20/Py}{0{,}05858}$$

Según esta ecuación, al variar P_y se obtienen diferentes niveles óptimos de fósforo, que al ser reemplazados en la ecuación original determinan los respectivos niveles de producción de trigo.

En forma similar podemos analizar la sensibilidad de las ganancias a los cambios enel precio esperado del fertilizante. En este caso la ecuación sería:

$$P = \frac{12{,}03502 - Pp/\$3}{0{,}05858}$$

Se asignan diferentes precios a P_p para resolver la ecuación, asumiendo que el precio del trigo permanece constante (P_y = $8/kg). Situaciones similares pueden ser analizadas para otros cultivos si disponemos de información sobre funciones de respuesta y precios de insumos y de productos.

El caso estudiado permite explicar la conducta del productor respecto al uso de fertilizantes según sus expectativas sobre precios futuros. La decisión sobre la cantidad de fertilizante por utilizar dependerá en buena parte de la eficiencia física (dada por las magnitudes y signos de los coeficientes de la función de producción) y de las características del mercado.

La Tabla 8.4, de doble entrada, permite apreciar los cambios en el ingreso neto debidos a variaciones simultáneas en los precios del fertilizante y del producto.

La ecuación:

$$P = \frac{12{,}03502 - Pp / Py}{0{,}05858}$$

permite calcular los niveles óptimos de uso de fósforo y, por consiguiente, los resultados obtenidos sirven como guía al técnico para hacer recomendaciones sobre uso económico de fertilizantes en cultivos.

En el caso de una función de producción con dos factores variables, el análisis de sensibilidad puede aplicarse resolviendo simultáneamente las ecuaciones de la producción marginal para las variables X_1 y X_2 (1, 4).

Finalmente, el aspecto de riesgo, que está presente al llevar a cabo las recomendaciones sobre fertilización calculadas en base a la función de producción estimada y a las expectativas de precios, puede analizarse mediante la relación beneficio-costo (B/C):

$$B/C = \frac{\text{Ingreso Total}}{\text{Costo Total}} = \frac{Y \cdot P_y}{N \cdot P_n + CF}$$

que indica el retorno por peso invertido en la producción de trigo.

8.2.2.3. La Función de Producción en el Modelo Discontinuo.

TABLA 8.4. Variaciones en el uso de fósforo, en la producción de trigo y en el ingreso neto, debidas a cambios simultáneos en los precios del fósforo y del producto*. Tomada de Acosta (1), Flórez (4).

Precio de Fósforo P_p ($/kg)	Uso óptimo de P y nivel correspondiente de Y y de IN para diferentes valores de P_y y P_p								
	P_y : $7/kg			P_y : $8/kg			P_y : $9/kg		
	P (kg/Ha)	Y (kg/Ha)	IN ($/Ha)	P (kg/Ha)	Y (kg/Ha)	IN ($/Ha)	P (kg/Ha)	Y (kg/Ha)	IN ($/Ha)
18,00	161,5	3.540	13.873	167,0	3.553	17.418	171,3	3.562	20.975
20,00	156,7	3.527	13.555	162,8	3.543	17.088	167,5	3.554	20.636
22,00	151,8	3.512	13.244	158,5	3.532	16.769	163,7	3.545	20.304

* Estas cifras se obtuvieron a partir de la función de producción

$$Y = 2.360 + 12,03502\,P - 0,02929\,P^2$$

y asumiendo un costo fijo (CF) de $8.000/Ha

.1. Aspectos teóricos.

La teoría del modelo "Respuesta Lineal-Plateau", desarrollada por Waugh, Cate, Nelson y otros, se basa en el principio del Mínimo de Liebig. Según esta teoría, el crecimiento de las plantas está limitado por el nutrimento presente en menor cantidad, siempre que los demás nutrimentos se hallen presentes en cantidades adecuadas; por consiguiente, se espera que una vez que todos los factores que afectan el crecimiento de la planta hayan sido suministrados en cantidades apropiadas se obtendrá un rendimiento máximo (2, 4, 5, 9, 11).

Esta sección presenta los puntos centrales de la teoría, mostrando luego en forma práctica el procedimiento para estimar ecuaciones de respuesta, utilizando la información sobre respuesta del trigo a la aplicación de nitrógeno y fósforo.

Según Liebig, cada suelo tiene algún nivel de disponibilidad para cada nutrimento; dicho nivel marca el límite más bajo de la función de respuesta, y corresponde al "intercepto" sobre el eje de las ordenadas, desde donde se mide la respuesta. Por consiguiente, el nutrimento más deficiente en el suelo limitará el rendimiento, denominándose "rendimiento con el nutrimento al mínimo". El límite superior, donde termina la respuesta a los nutrimentos aplicados, corresponde al máximo rendimiento y se obtiene cuando el nutrimento estudiado deja de ser el principal factor limitante. En consecuencia, para un conjunto específico de circunstancias bajo las cuales se ha desarrollado el experimento, este máximo recibe el nombre de "rendimiento máximo estable" o "Plateau". El rendimiento relativo se refiere a aquél obtenido sin adición del nutrimento bajo estudio (X), expresado como porcentaje del rendimiento máximo estable, y se calcula así:

$$\text{Rendimiento Relativo (de X)} = \frac{\text{Rend. con el Nutrimento X al Mínimo}}{\text{Rend. Máximo Estable para X}} \cdot 100$$

Por consiguiente, un rendimiento relativo bajo para X indica respuesta alta del cultivo a la aplicación del factor; lo contrario significa baja respuesta del cultivo a la adición de X.

La pendiente de la función de respuesta es la relación entre el incremento en Y y la cantidad requerida de X, y se calcula así:

$$\text{Pendiente de Respuesta (b)} = \frac{\text{Y Plateau - Rendimiento Mínimo}}{\text{kg de X necesarios para Y Plateau}}$$

La ecuación general de respuesta en el modelo "Respuesta Lineal Plateau" se puede representar entonces por:

$$Y = a + bX$$

donde:

Y : Rendimiento para un nivel dado del nutrimento (kg/Ha);

a : Rendimiento con el nutrimento al mínimo o intercepto en el eje de Y (kg/Ha);

b : Pendiente de la línea de respuesta;

X : Cantidad de nutrimento considerado (kg/Ha);

Y Plateau : Rendimiento máximo estable (o zona de no respuesta) en kg/Ha;

X óptimo : Nivel óptimo de nutrimento para obtener Y Plateau (kg/Ha); se interpreta como la cantidad recomendada de factor X.

En la Figura 8.4 se ilustra los anteriores conceptos. La función de respuesta $Y = a + bX$, corresponde a la "zona de respuesta", y se determina por estimación de los parámetros a y b en la siguiente forma:

$$a \text{ (intercepto)} = \frac{(\Sigma X^2)\ (\Sigma Y) - (\Sigma X)\ (\Sigma XY)}{n\ (\Sigma X^2) - (\Sigma X)^2}$$

$$b \text{ (pendiente)} = \frac{n\ (\Sigma XY) - (\Sigma X)\ (\Sigma Y)}{n\ (\Sigma X^2) - (\Sigma X)^2}$$

X : Nivel de factor considerado, correspondiente a la zona de respuesta.

Y : Rendimiento obtenido al aplicar X (en la zona de respuesta), y

n : Número de tratamientos del ensayo comprendidos dentro de la zona de respuesta (no incluye los tratamientos tomados para Y Plateau).

La línea de respuesta (correspondiente a la zona de respuesta) es una línea recta que une el punto de rendimiento mínimo con el punto donde se inicia el rendimiento máximo estable, y debe ofrecer el mejor ajuste para todos los

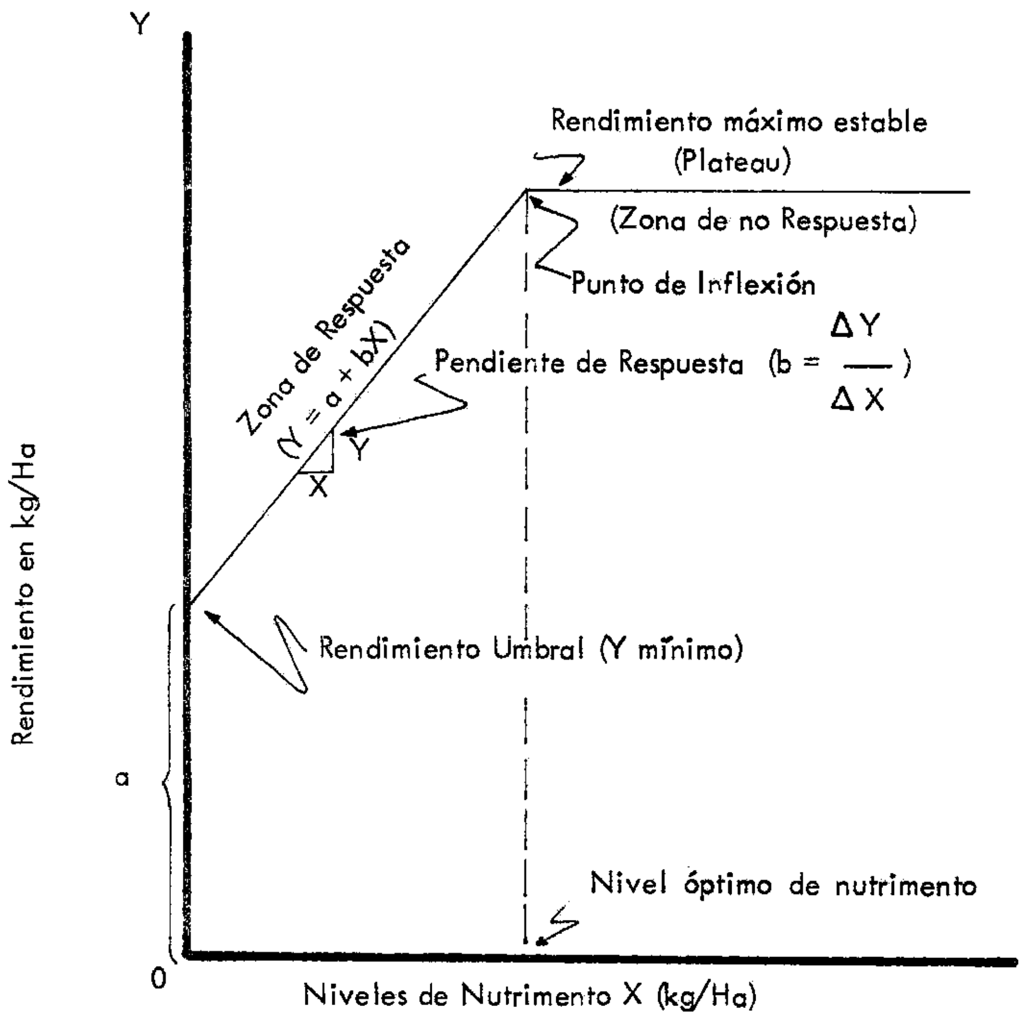

FIGURA 8.4. Representación de la ecuación de respuesta en el Modelo Discontinuo o Modelo de "Respuesta Lineal - Plateau". Tomada de Flórez (4).

puntos no incluídos en la determinación del rendimiento máximo estable.

Cuando se tiene un grupo de ensayos, éstos se clasifican en subgrupos de acuerdo al análisis de suelos, condiciones climáticas, variedad, semestre, o cualquier otra variable que el investigador considere importante. Se estiman ecuaciones de respuesta individuales para cada nutrimento y para cada ensayo. Posteriormente se determinan las ecuaciones medias de respuesta, calculando el promedio aritmético simple para los diferentes parámetros de la ecuación.

.2. Estimación de una función de respuesta.

A continuación se presentan las etapas por seguir en la estimación de una función de respuesta en el modelo discontinuo, ilustradas con un ejemplo de fertilización de trigo (2,4).

Etapa I. Se tabulan los rendimientos correspondientes a cada tratamiento, asignando siempre un mismo código a los tratamientos de los ensayos, colocando al frente los rendimientos medios para las replicaciones del ensayo (Tabla 8.5).

Etapa II. Se calcula el promedio aritmético de los rendimientos correspondientes a cada nivel de nutrimento, como se indica a continuación:

Para:

$$N_0 : \frac{1060 + 1170 + 1133 + 1436}{4} = 1.200 \qquad P_0 : \frac{1060 + 961 + 1301}{3} = 1.107$$

$$N_1: \frac{961 + 1675 + 2205 + 1395}{4} = 1.559 \qquad P_1: \frac{1170 + 1675 + 1418}{3} = 1.421$$

$$N_1: \frac{1301 + 1418 + 1761 + 1577}{4} = 1.514 \qquad P_2: \frac{1133 + 2205 + 1761}{3} = 1.700$$

$$P_3: \frac{1436 + 1395 + 1577}{3} = 1.469$$

Etapa III. Se toma el rendimiento medio mínimo para el nutrimento a nivel de cero, que en este caso corresponde a P_0 (1.107), lo cual significa que el fósforo es el nutrimento más limitante en la respuesta del trigo a otros factores. Se señala el promedio de P_0 con un 1 a la izquierda para indicar que es el primer paso en la obtención de producciones mínimas (Tabla 8.5).

Etapa IV. Definido el factor más limitante (al nivel de cero) se pasa a las columnas del código de tratamientos de los otros nutrimentos, eliminando aquellos tratamientos que tienen P_0 y se recalculan nuevamente. Como una guía se tachan suavemente los promedios inicialmente calculados colocándoles un 1 a la derecha separado por un guión, para indicar que el promedio fue corregido en el primer paso de ajuste de promedios (Tabla 8.5).

Etapa V. Recalculados los rendimientos medios en el paso anterior se indica con el número 2 a la izquierda aquel promedio inmediatamente superior al de P_0, que bien podría ser el de N_0 o el de P_1. En este ejemplo, el promedio corresponde al de N_0 corregido (N_0 = 1.246). Obsérvese que N_0 está

TABLA 8.5. Codificación de tratamientos y ajuste de rendimientos medios para estimar la respuesta del trigo a la aplicación de nitrógeno y fósforo por el método "Respuesta Lineal-Plateau". Ensayo 001 a/. Tomada de Flórez (

Tratamientos b/			Código de Tratamientos c/			Rendimientos medios (kg/Ha)	Nivel tratamiento codificado	Corrección de Rendimientos Medios	
N	P	K	N	P	K			N	P
0	0	30	0	0	1	1.060	0	1200 - 1	1 - 1107
0	75	30	0	1	1	1.170		2- 1246	
0	150	30	0	2	1	1.133			
0	225	30	0	3	1	1.436		1559 - 1	1421 - 2
30	0	30	1	0	1	961	1	1758 - 3	3 - 1547
30	75	30	1	1	1	1.675		4- 1800	
30	150	30	1	2	1	2.205		1514 - 1	1700 - 2
30	225	30	1	3	1	1.395	2	1585 - 3	1983 - 4
60	0	30	2	0	1	1.301		1669	1761
60	75	30	2	1	1	1.418			
60	150	30	2	2	1	1.761			1469 - 2
60	225	30	2	3	1	1.577	3		1486 - 4
									1577

a/ Análisis de suelos: P = 24,5 ppm MO = 4,0% pH = 4,8

b/ El potasio (K) no se tuvo en cuenta para el análisis porque solamente se aplicó una dosis fija.

c/ Código utilizado:

Para el factor Nitrógeno

Dosis de N	Código
0 kg/Ha	0
30 kg/Ha	1
60 kg/Ha	2
90 kg/Ha	3

Para el factor Fósforo

Dosis de P	Código
0 kg/Ha	0
75 kg/Ha	1
150 kg/Ha	2
225 kg/Ha	3

NOTA: $$\text{Y Plateau para N} = \frac{1.800 + 1.669}{2} = 1.735 \text{ kg/Ha}$$

$$\text{Y Plateau para P} = 1.761 \text{ kg/Ha}$$

$$\text{Y Plateau para N y P (general)} = \frac{1.735 + 1.761}{2} = 1.748 \text{ kg/Ha}$$

afectando a P_1, P_2 y P_3, por lo cual es necesario recalcular tales promedios, procediendo a tachar los calculados inicialmente y a identificarlos con el número 2 a la derecha para indicar que han sido afectados por el paso 2 (Tabla 8.5).

Etapa VI. Como el rendimiento para P_1 (1.547) es menor que el de N_1 (1.758) se toma el rendimiento de P_1 como la siguiente producción mínima, identificándola con un 3 a la izquierda. Es decir, que en este ensayo el nivel P_1 de fósforo es más limitante que N_1 en la producción de trigo, procediendo a recalcular los rendimientos medios para N_1 y N_2, en donde no aparezca P_1. Los promedios para N_1 y N_2 descartados se identifican con el número 3 a la derecha (Tabla 8.5).

Etapa VII. Si los rendimientos medios corregidos continúan en ascenso se identifica el promedio que tenga el valor mínimo con el número 4 a la izquierda. En el ejemplo es N_1 con 1.800, luego se procede a tachar los tratamientos para P_2 y P_3 que contienen N_1, y quedan finalmente P_2 con 1.761 y P_3 con 1.577.

Etapa VIII. Si no hay mas rendimientos medios ascendentes para uno de los factores, quiere decir que ha concluído la zona de respuesta del trigo a la aplicación de N y P; se procede a calcular el rendimiento máximo estable y la pendiente de respuesta para N y para P. Para ello se toma la media aritmética de los rendimientos medios corregidos para N_1 y N_2 y se promedia con la correspondiente a P_2 y P_3, a fín de obtener un Y Plateau general para los factores considerados. Sin embargo, el rendimiento medio para P_3 está muy por debajo del correspondiente a P_2, por lo cual no se le incluye en el cálculo de Y Plateau. (Ver nota de pie de página de la Tabla 8.5 (2, 4, 11).

Las pendientes de respuesta para N (b_n) y para P (b_p) en este ejemplo se obtuvieron así:

- Para el nitrógeno, trazando una línea recta que une el intercepto para N_0 (Y = 1246, N_0) con el punto identificado por las coordenadas, Y = 1800, N_1.

- Para el fósforo, trazando una línea recta, prolongada hacia arriba, que pase por los puntos Y = 1107, P_0 y Y = 1547, P_1. En el punto de intersección de dichas rectas con la horizontal para Y Plateau se tiene el punto de inflexión y es allí donde termina la respuesta del cultivo a la aplicación de N y P.

Las correspondientes ecuaciones de respuesta son entonces:

- Para N: Y_n = 1.246 + 18,6 N; (Y Plateau = 1.748 kg/Ha; $N_{ópt.}$ = 27 kg/Ha)

- Para P: Y_p = 1.107 + 5,9 P; (Y Plateau = 1.748 kg/Ha; $P_{ópt.}$ = 109 kg/Ha.

Se observa que las pendientes de respuesta no son iguales, lo cual indica diferencia en productividad para cada uno de los nutrimentos considerados.

<u>Etapa IX.</u> Una vez concluidos los cálculos se procede a graficar los promedios para los dos nutrimentos en una hoja de papel milimetrado. Se debe usar la misma escala sobre el eje Y para el rendimiento en ambas figuras; las dosis del factor se indican en el eje X. Figura 8.5 a y b.

Las ecuaciones de respuesta estimadas por el método discontinuo permiten determinar rápidamente si se justifica económicamente el uso de uno o de ambos factores de producción. Para ello se halla el incremento en el rendimiento (ΔY) como resultado de la aplicación de los factores, y se multiplica por el precio unitario de Y (P_y); a este resultado se le deduce el costo total de los factores responsables de tal incremento. Según el ejemplo se tiene que:

ΔY = Y Plateau - Rendimiento Mínimo más bajo (en este caso, el de P_0 = 1.107)

Utilidad debida a N y P ($U_{n,p}$) $= \Delta Y . P_y - (N.P_n + P.P_p)$

$$U_{n,p} = (1748 \text{ kg} - 1107 \text{ kg}).\ \$7/\text{kg} - (27 \text{ kg}.\ \$15.22/\text{kg} + 109 \text{ kg}.\ \$26.10/\text{kg})$$

$$U_{n,p} = \$\ 4.487 - (\$411 + \$2.845) = \$1.231$$

Lo anterior significa también que para este ensayo la relación beneficio-costo sería de 1,38 (B ÷ C = \$ 4.487 ÷ \$ 3.256), como resultado de la aplicación de nitrógeno y fósforo en el cultivo de trigo.

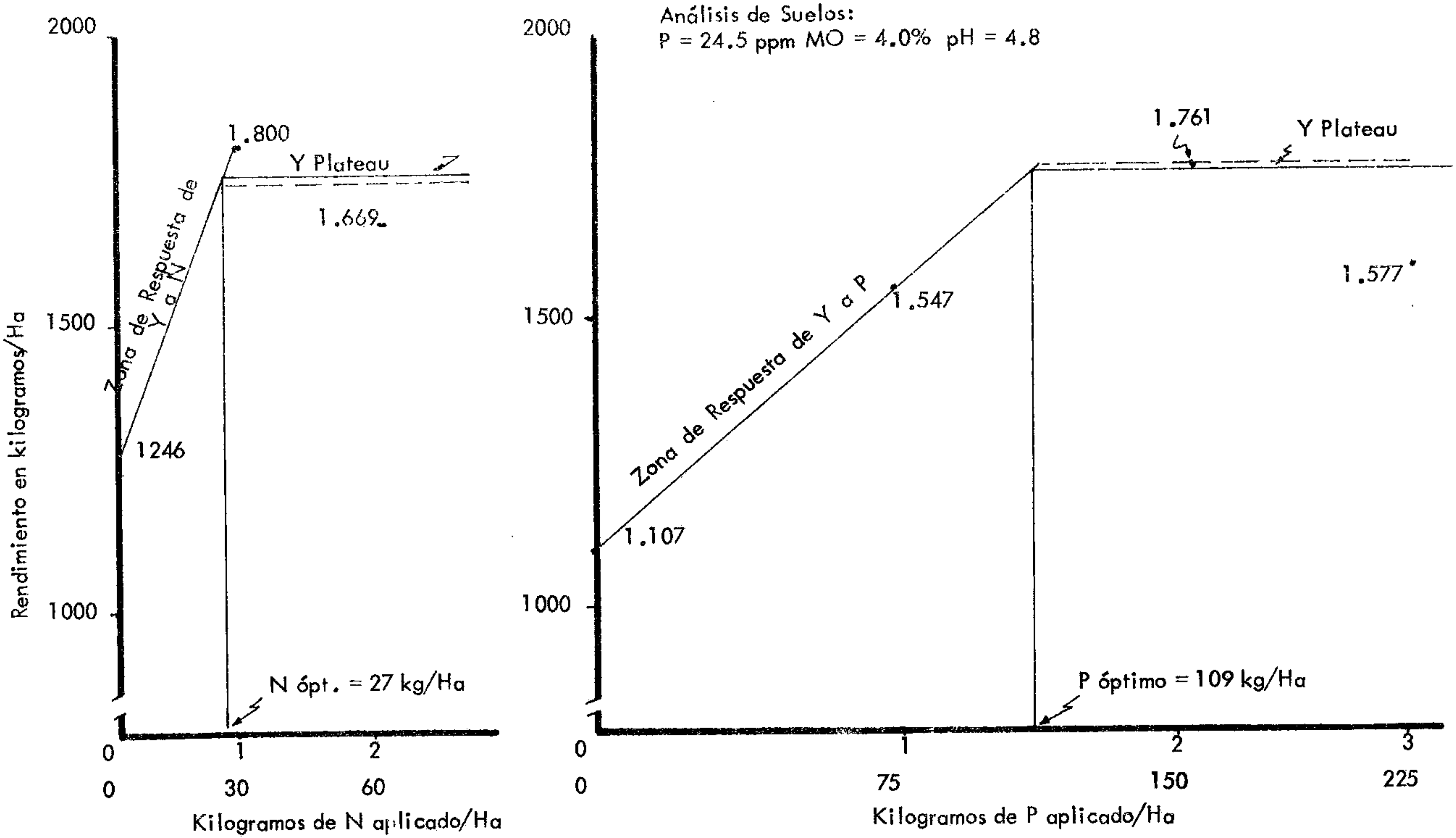

FIGURA 8.5.

a. Función de respuesta del trigo a diferentes niveles de N, determinada por el Método Discontinuo. Ensayo ØØ1 realizado en la Sabana de Bogotá. Tomada de Flórez (4).

b. Función de respuesta del trigo a diferentes niveles de P, determinada por el Método Discontinuo. Ensayo ØØ1 realizado en la Sabana de Bogotá. Tomada de Flórez (4).

8.3. RESUMEN

Para el agricultor es importante que la recomendación sobre uso de fertilizantes no sólo incluya la dosis y forma de aplicación del insumo y la cantidad de producto que se va a obtener, sino también información acerca de los costos e ingresos adicionales por hectárea.

El análisis incremental es una herramienta sencilla que facilita el cálculo de las utilidades y de la relación beneficio-costo, derivados del uso racional del factor. De otra parte, la función de producción en el modelo continuo permite estudiar la respuesta de un cultivo a diferentes factores de producción en forma simultánea, así como determinar el nivel de cada uno de ellos que maximizaría las ganancias para el agricultor. Tal función relaciona la producción física (Y) con cantidades físicas de uno o más recursos (fertilizantes, plaguicidas, densidad de siembra, características del suelo, riego, etc.). Uno de los tipos de funciones más utilizado en el análisis de respuesta de cultivos a la fertilización es el modelo cuadrático, pues, aunque tiene algunas limitaciones, permite representar los rendimientos decrecientes (producción marginal), las relaciones de eficiencia física y la obtención de un óptimo económico. Estos resultados se complementan con el análisis de sensibilidad, para indicar que el uso óptimo del fertilizante, el nivel de producción y las ganancias varían como consecuencia de cambios en el precio del producto y de los insumos.

El investigador dispone además del método discontinuo o modelo de "Respuesta Lineal - Plateau", basado en la Ley del Mínimo de Liebig y desarrollado por investigadores de la Universidad de Carolina del Norte. Según esta teoría, el crecimiento de las plantas está limitado por el nutrimento presente en menor cantidad, siempre que las de los demás se hallen presentes en cantidades adecuadas. Por consiguiente, se espera que una vez que todos los factores que afectan el desarrollo de la planta le hayan sido suministrados en cantidades apropiadas se obtendrá un máximo. Esta teoría se ilustra utilizando la información sobre respuesta del trigo a la aplicación de nitrógeno y fósforo.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. ACOSTA, J.; FLOREZ, V.; OROZCO, R.; LONDOÑO, D.; NARANJO, A. Administración de empresas agropecuarias. Bogotá, Instituto Colombiano Agropecuario, División de Estudios Socioeconómicos, 1979.p. 8-67 (Manual de Asistencia Técnica no. 21).

2. CATE, R.B. Jr. Improving the interpretation of soil fertility correlation data: A comparison of continuous and discontinuous models, using a variety of data sets. Raleigh, North Carolina State University, 1971. p. 104. (Ph. D. Thesis).

3. DILLON, J. The analisis of response in crop and livestock production. Oxford, Pergamon Press, 1968. p. 135.

4. FLOREZ, V.; ACOSTA, J.; NAVAS, J. Análisis agroeconómico de la fertilización en cultivos. Bogotá, Instituto Colombiano Agropecuario, 1978. p. 267. (Boletín Técnico no. 46).

5. INSTITUTO DE CIENCIA Y TECNOLOGIA AGRICOLA. (GUATEMALA). Informe Anual 1973. Programa de Nutrición Vegetal. Guatemala, ICTA, 1974. p. 76.

6. HEADY, E.O. Economics of agricultural production and resource use. New York, Prentice - Hall, 1952. p. 850.

7. HEADY, E.; DILLON, J. Agricultural production functions. Ames, Iowa State University Press, 1969. p. 643.

8. MARIN, G.; ORTIZ, G.; LORA, R.; OWEN, E. El análisis de suelos y las recomendaciones de fertilizantes y cal; tercera aproximación. Bogotá, Instituto Colombiano Agropecuario, 1975. p. 26.

9. NORTH CAROLINA STATE UNIVERSITY. Agronomic-economic research on tropical soils: Annual Report. Raleigh, 1973. p. 190.

10. PERRIN, R.G.; WINKELMANN, D.L.; MOSCARDI, E.R.; ANDERSON, J.R. Formulación de recomendaciones a partir de datos agronómicos: Un manual metodológico de evaluación económica. México, Centro Internacional de Mejoramiento de Maíz y Trigo, 1976. p. 54 (Boletín de Información no. 27).

11. WAUGH, D.; CATE, R.B. Jr; NELSON, L.A. Modelos discontinuos para una rápida correlación y utilización de los datos de análisis de suelos y las respuestas a los fertilizantes. Raleigh, North Carolina State University, 1973. p. 106. (Tech, Bull no. 7).