

II. EL CONCEPTO DE MODELO ESTADISTICO

MODELO MATEMATICO Y MODELO ESTADISTICO

La razón para la importancia de las Matemáticas en la ciencia moderna se debe, fundamentalmente, a la capacidad de poder describir determinados fenómenos a través de modelos matemáticos. Así, un modelo matemático es un postulado matemático que trata de describir un fenómeno determinado. En un modelo se hace intervenir la(s) variable(s) involucrada(s) en el fenómeno, así como también números y coeficientes constantes características del fenómeno bajo estudio.

Por ejemplo, las siguientes expresiones son modelos matemáticos:

$$A = \pi r^2$$

A = Area de un círculo
 r = Radio de dicho círculo
 $\pi = 3.1416$, aproximadamente

$$E = mc^2$$

E = Energía
 m = Masa
 c = Velocidad de la luz = 300,000 km/seg, aproximadamente.

Estos modelos matemáticos determinan exactamente las relaciones entre variables, v. g. conociendo el radio de un

círculo, podrá conocer exactamente su área o conociendo la masa de un cuerpo se podrá conocer la energía que dicho cuerpo contiene. Debido a esto, a los modelos matemáticos se les conoce también como modelos determinísticos, puesto que determinan los valores de una variable en función de otras(s).

Sin embargo, en la práctica, no siempre es posible aplicar los modelos matemáticos a los fenómenos y esto ocurre cuando los fenómenos presentan un carácter aleatorio (se discute en la siguiente sección: 1.2) en este último caso, al modelo que se postula se denomina modelo estadístico. A continuación se enumeran las diferencias que se presentan entre un modelo matemático y un modelo estadístico.

1. Se puede considerar que el modelo estadístico es un modelo matemático donde interviene un elemento aleatorio (que llamaremos e_i).
2. El modelo estadístico, en contraste con el modelo matemático, no se aplica a un sólo evento, sino a un número de ellos; es decir, se aplica a propiedades de un cierto grupo de eventos considerados en conjunto. Por ejemplo, al estudiar los rendimientos de parcelas de terreno, sembradas con cierta planta de cultivo, interesa el rendimiento promedio de un gran número de parcelas sembradas con dicha planta y la variación que

dichos rendimientos presenten, o bien: al hacer un estudio del número de hijos varones en familias de 8 hijos, interesa los promedios de un grupo de familias y no específicamente el número de hijos varones de determinada familia.

3. En el modelo estadístico, a causa del elemento aleatorio que en él interviene, no se puede determinar con exactitud el valor de una variable en función de otra(s). En el modelo matemático si es posible determinar con exactitud las variables, por esta razón se llama modelo determinístico.

Posiblemente se podrían encontrar otras características de los modelos bajo discusión; sin embargo, se considera que las 3 diferencias arriba enunciadas, aclaran la distinción entre el modelo matemático y el estadístico.

Se puede decir que, de manera exacta, ningún modelo matemático es cierto sino que siempre se presenta el elemento aleatorio; en la práctica, si la aleatoriedad, o sea la variación aleatoria que presentan los fenómenos, es pequeña, se podrá ignorar esa variación aleatoria que se presente y trabajar con modelos matemáticos o determinísticos. Si la variación aleatoria es relativamente grande, entonces será necesario emplear el modelo estadístico. En general,

se puede decir que el modelo que deberá emplearse, el matemático o el estadístico, dependerá enteramente de cual es el más apropiado para dar una descripción satisfactoria de los fenómenos del mundo real.

EL CARACTER ALEATORIO DE LOS FENOMENOS

El hecho de que en un fenómeno dado no sea posible determinar con precisión el estado final de dicho fenómeno, sino que se tenga cierto grado de incertidumbre sobre ese estado final, se conoce como la aleatoriedad del fenómeno.

A esta característica se le llamará el carácter aleatorio de un fenómeno. El carácter aleatorio de los fenómenos puede presentarse por una o más de las siguientes tres razones: (*)

1. El carácter aleatorio puede consistir en que no se pueda definir el estado inicial del fenómeno con suficiente precisión para determinar, de manera única, el estado final del mismo. Esto puede suceder de tres maneras:
 - a. Una variación pequeña en las condiciones que presenta el estado inicial del fenómeno, puede causar una variación grande en el estado final del mismo.

(*) "Introduction to the theory of Probability and Statistic" No. Arley and K. Rander Buch. John Wiley and Son.

Por ejemplo un cambio muy pequeño en la velocidad rotacional de una ruleta puede decidir, si el resultado final es negro o rojo. El principio de los juegos de azar es construirlos de manera que un pequeño cambio en una etapa inicial tenga un efecto grande en el resultado final.

- b. Si el estado inicial es tan complicado, que es imposible prácticamente asegurar con suficiente precisión el estado final único, aún cuando el fenómeno sea muy simple. Por ejemplo, se sabe que un gramo de hidrógeno contiene 3×10^{23} moléculas, pero medir todas las coordenadas y velocidades de esas moléculas a un tiempo dado (el llamado estado microscópico) es, claro está, imposible. Entonces para describir el estado inicial se escogen otras cantidades como presión, volumen y temperatura absoluta; pero como esta descripción macroscópica no determina de manera única el estado microscópico, no se puede predecir el estado final único, con el estado macroscópico inicial. Entonces, a pesar de que el movimiento de cada partícula, está regido por las leyes de la mecánica clásica, el estado de esa masa de hidrógeno como función del tiempo debe ser considerado como fenómeno aleatorio.

Estas situaciones ocurren cuando hay una contradicción entre los dos aspectos necesarios para la definición del "estado" de un fenómeno. El primero es que las propiedades que caracterizan el estado permitan que las propiedades en las que estamos interesados, sean determinadas en forma única por medio de las leyes de la naturaleza. El segundo aspecto es que las propiedades que caracterizan el estado sean directamente observables y pueden ser definidas.

- c. Si el estado inicial no se puede medir, en principio, exactamente v.g., debido a que las medidas empíricas siempre consisten de una cantidad finita de números inciertos cada uno con un número finito de dígitos, o debido a que los movimientos Brownianos ponen un límite natural a todos los procesos de medida o debido a intracciones incontrolables entre los instrumentos de medida y el sistema.
2. La aleatoriedad de un fenómeno puede estar relacionada con las leyes naturales involucradas: así puede ser.
 - a. Si las leyes naturales aplicables son complicadas al grado que, en la práctica, es imposible hacer los cálculos teóricos para llegar al estado final. Un ejemplo sería una serie de lanzamientos de un dado; únicamente unos cuantos lanzamientos muestran

que los resultados tienen distribución aleatoria. Teóricamente se podría predecir el resultado de un lanzamiento específico si se conoce la posición inicial y velocidad exactas del dado, su forma geométrica, su masa, su momento de inercia, las propiedades de elasticidad del dado y de la mesa, etc. Así se necesitaría un análisis muy exacto de todas esas causas para llegar al estado final; pero ese análisis es tan complicado que en la práctica resulta imposible.

- b. Si las leyes naturales aplicables no son suficientemente conocidas; ésto es cierto en la mayoría de los fenómenos biológicos. Así, si se miden las alturas de un cierto número de plantas de maíz, los resultados están condicionados por un gran número de procesos biológicos tales como herencia, nutrición, etc., de los cuales sólo se conoce parte de su funcionamiento.
3. La aleatoriedad de los fenómenos se debe a que las leyes naturales son válidas, hablando estrictamente, sólo para fenómenos ideales.

Para deducir las leyes generales se simplifican los fenómenos, despreciando intencionalmente muchos factores y se

consideran sólo algunos de ellos.

En realidad los fenómenos siempre son complicados y además están sujetos a los disturbios de muchos factores como cambios de temperatura, presiones, acciones mecánicas, eléctricas y magnéticas del medio circundante, y a menudo los propios instrumentos de medida causan disturbios al medir, v.g. la medición de órganos en seres vivos, de células, etc. Así, cualquier medida física es, en mayor o menor grado, un evento aleatorio dando resultados diferentes en mediciones diferentes.

Una observación se define como el establecimiento de un resultado de un fenómeno aleatorio.

La estadística estudia los fenómenos aleatorios mediante conjuntos de observaciones.

Este capítulo fue tomado de la publicación "INTRODUCCION A LA METODOLOGIA ESTADISTICA" por el Dr. Ignacio Méndez Ramírez, Editorial Patena, A.C., Chapingo - Méxcio, 1971