

**ESTADÍSTICA Y DISEÑO DE EXPERIMENTOS:
APLICACIONES PRÁCTICAS PARA DISEÑO DE EXPERIMENTOS
EN SISTEMAS AGROPECUARIOS TROPICALES**





ESTADÍSTICA Y DISEÑO DE EXPERIMENTOS

Aplicaciones prácticas para diseño de experimentos en sistemas agropecuarios tropicales

Jorge Humberto Argüelles Cárdenas

Ing. Agrónomo MSc

C.I. Tibaitatá. Km 14 vía Bogotá - Mosquera

jarguelles@corpoica.org.co

Guillermo Hernando Carvajal Rojas

Estadístico

C.I. Tibaitatá. Km 14 vía Bogotá - Mosquera

gcarvajal@corpoica.org.co

Bogotá D.C., Colombia, 2013

Argüelles Cárdenas, Jorge; Carvajal Rojas, Guillermo / ESTADÍSTICA Y DISEÑO DE EXPERIMENTOS
Aplicaciones prácticas para diseño de experimentos en sistemas agropecuarios tropicales

Bogotá (Colombia): CORPOICA, 2013. 104 p.

Palabras Claves: REGISTRO, ESTADÍSTICA, LIBRO, CONTROL, LIBRETA, APUNTES, CUADERNO,
FINCA, SEGUIMIENTO, TRAZABILIDAD, TABLAS, PLANEACIÓN, PRODUCCIÓN.



Corporación Colombiana de Investigación Agropecuaria - CORPOICA - ,
Línea de atención al cliente: 018000121515
atencionalcliente@corpoica.org.co

www.corpoica.org.co

ISBN: 978-958-740-163-9
Primera edición: Diciembre 2013
Tiraje:

Impreso por Carvajal Soluciones de Comunicación S.A.S.
Impreso en Colombia
Printed in Colombia

DISEÑO, DIAGRAMACIÓN & CORRECCIÓN DE ESTILO
Oficina Asesora de Comunicaciones, Identidad y Relaciones Corporativas // Corpoica

CONTENIDO

PRESENTACIÓN	6
SECCIÓN 1	
LAS BUENAS PRÁCTICAS DE INVESTIGACIÓN	8
1.1. Consideraciones básicas sobre las buenas prácticas de investigación	8
1.2. Gestión de datos	10
SECCIÓN 2	
EL PROCESO DE LA INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA	13
2.1. Consideraciones sobre el proceso de investigación	13
2.2. Escalas de medición	19
SECCIÓN 3	
BREVE REPASO DE ESTADÍSTICA	22
3.1. Introducción	22
3.2. Estadística descriptiva	23
3.3. Consideraciones sobre la inferencia estadística	41
SECCIÓN 4	
INTRODUCCIÓN AL DISEÑO EXPERIMENTAL	45
4.1. Introducción	45
4.2. Conceptos básicos del diseño experimental	47
4.3. Diseño completamente al azar (DCA)	56
4.4. Diseño de bloques completos al azar (DBCA)	64
4.5. Comparación de medias de tratamientos	70
4.6. Arreglos factoriales	78
4.7. Diseño de parcelas divididas (DPD)	85
ANEXO	95
Algunas consideraciones sobre la sumatoria	95
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	102



PRESENTACIÓN

El proceso ‘Gestión de Productos de Investigación, Desarrollo e Innovación’ (I+D+i), hace parte de los procesos misionales de la Corporación Colombiana de Investigación Agropecuaria – Corpoica –, y tiene como objetivo “Generar conocimiento y nuevos productos mediante la ejecución de proyecto de I+D+i con rigor y calidad científica para ser vinculados al sector agropecuario”.

Para contribuir a ese propósito es fundamental que Corpoica, o cualquier institución del conocimiento, se fundamente y apropie de las Buenas Prácticas de Investigación; ya desde el ocaso del siglo pasado en la Declaración de Budapest sobre la ética de la investigación¹ se planteó que “todos los investigadores deberían comprometerse a acatar normas éticas estrictas y habría que elaborar para las profesiones científicas un código de deontología basado en los principios pertinentes consagrados en los instrumentos internacionales relativos a los derechos humanos. La responsabilidad social que incumbe a los investigadores exige que mantengan un alto grado de honradez y el control de calidad profesionales, difundan sus conocimientos, participen en el debate público y formen a las jóvenes generaciones”.

En ese orden de ideas, Corpoica ha considerado indispensable la formación de su talento humano para construir una sociedad basada en el conocimiento, que permita coadyuvar en la solución de los problemas económicos, sociales y ambientales del desarrollo identificados en la Agenda Nacional de Investigación, Desarrollo e Innovación del Sector Agropecuario, y fortalecer así las redes de conocimiento en las diferentes cadenas productivas de dicho sector.

Es por ello que la Corporación desarrolló el proyecto “Fortalecimiento de Capacidades en Redes Internas de Investigación e Innovación – Fortalecimiento Institucional y Formación no Formal”, con el objetivo central de construir a nivel nacional capacidad institucional, proporcionando a sus investigadores oportunidades de aprendizaje continuo para su desarrollo personal mediante estrategias de formación no formal, lo cual se cristalizó en el marco del Convenio 211 cofinanciado por el Ministerio de Agricultura y Desarrollo Rural (MADR).

Como parte del proyecto, se realizó una capacitación en “Estadística y Diseño de Experimentos” a investigadores de Corpoica. En el presente documento se plasma parte de la memoria técnica de los cursos de capacitación, eventos que se desarrollaron en tres centros de Investigación de la Corporación (Tibaitatá, La Libertad y Turipaná) y que consistieron en dos módulos complementarios: Introducción a la Estadística y Diseño de Experimentos.

Como se consideró necesario realizar un refuerzo sobre estadística para nivelar a los participantes de los eventos de capacitación, se incluye en la primera parte del documento un breve repaso sobre los conceptos básicos de esta ciencia. En la segunda parte se abordan aspectos aplicados a los diseños experimentales más utilizados en investigación agropecuaria, ilustrados con análisis de datos reales, la mayoría producidos por la Corporación.

Con este manual se pretende aportar elementos para abordar la apasionante tarea de investigar mediante la experimentación. No se busca que los lectores se conviertan en especialistas en el diseño y análisis de experimentos, pero sí que manejen el lenguaje mínimo para facilitar la comunicación con un especialista en estadística, y que mediante un trabajo en equipo utilicen las herramientas más adecuadas en la toma de decisiones respecto a las diferentes acciones emprendidas con el fin de generar, validar y ajustar la tecnología agropecuaria.

¹ http://www.dib.unal.edu.co/promocion/etica_budapest.html



SECCIÓN 1: LAS BUENAS PRÁCTICAS DE INVESTIGACIÓN

1.1. CONSIDERACIONES BÁSICAS SOBRE LAS BUENAS PRÁCTICAS DE INVESTIGACIÓN

La Corporación Colombiana de Investigación Agropecuaria – Corpoica – tiene como misión “Generar y transferir conocimientos científicos y soluciones tecnológicas, mediante la investigación y la innovación en los servicios y productos para el sector agropecuario colombiano”.

Para cumplir cabalmente su misión, la Corporación se ha encargado de planear, formular y ejecutar proyectos y actividades de investigación que le han permitido generar conocimientos, desarrollar tecnologías y diseñar métodos y estrategias de trabajo de alta calidad, con el propósito de encontrar soluciones válidas y pertinentes para enfrentar las demandas y las limitantes productivas y tecnológicas identificadas en las regiones y los sistemas de producción, sin perjudicar al ser humano, a los animales y al ambiente en general.

En Corpoica ha sido notable el avance conjunto realizado entre el nivel directivo, los investigadores y el personal de apoyo técnico y administrativo para propiciar que la investigación realizada institucionalmente se soporte en la aplicación de criterios éticos y de calidad, como parte de los compromisos individuales de los actores comprometidos en el proceso de la creación y difusión de las Buenas Prácticas de Investigación.

Con base en el Código de Buenas Prácticas Científicas (CBPC) del Comité de Ética del Consejo Superior de Investigaciones Científicas, perteneciente al Ministerio de Ciencia e Innovación de España¹, se plantean algunos principios que inspiran las Buenas Prácticas Científicas, los cuales se consideran de gran utilidad para avanzar en el proceso de adaptación y adopción de los mismos, en instituciones comprometidas con el desarrollo científico, como Corpoica, además de otras entidades de investigación.

Estos principios se fundamentan en: 1) reconocimiento del ser humano como sujeto libre y autónomo de la investigación; 2) respeto a la dignidad del ser humano; 3) responsabilidad en el ejercicio de la actividad científica; 4) reconocimiento de que no se deben promover, ni en el campo de las ciencias naturales ni en el de las ciencias sociales o las humanidades, investigaciones que atenten contra la salud o la dignidad del ser humano; 5) transparencia en la actividad investigativa.

En el citado documento también se plantean otros elementos estratégicos, que han sido adaptados por los autores, los cuales se proponen como rectores de la actividad científica; estos son: a) el ejercicio de la duda metódica y la justificación de las hipótesis; b) el diseño adecuado de los experimentos y protocolos de observación; c) la gestión de medios y datos; d) el buen uso de los recursos económicos; y e) la prevención sobre las desviaciones en el ejercicio de la investigación.

Siguiendo el CBPC, el principio del **ejercicio de la duda metódica** considera la independencia de juicio, es decir, la no aceptación, desde un punto de vista científico, de las ideas como absolutas o definitivas; por lo tanto, para la **justificación de las hipótesis** se deben encontrar pruebas o argumentos que las validen. Esto implica que el principio del **diseño adecuado de los experimentos y protocolos de observación** debe basarse en métodos de trabajo bien proyectados y cuidadosamente diseñados, con todo el rigor requerido, que permitan la utilización adecuada de los recursos destinados a la investigación.

Respecto al principio de la **gestión de medios y datos**, en el CBPC se considera que en la investigación científica los datos experimentales son el cimiento de los resultados y de las publicaciones, al igual que de los productos del proceso investigativo. Por esta razón, es de indudable importancia que se puedan replicar o reconstruir los experimentos, así como los protocolos de los estudios observacionales, de tal manera que sea posible comprender las bases de su interpretación (trazabilidad).

Lo anterior exige que los protocolos experimentales y los datos originales sean conservados por el investigador y principalmente por la institución, reconociéndolos como base estratégica de su riqueza de información y de conocimiento, así como también de soporte verificable para la sustentación de sus hallazgos, de sus logros y de sus recomendaciones científicas y tecnológicas. Por lo tanto, las entidades dedicadas a la investigación deben diseñar y aplicar políticas y estrategias dirigidas a garantizar la valoración, conservación y utilización de los datos generados en los procesos de investigación, con el propósito de que se consoliden como importante

¹ http://www.bioetica.unican.es/cbe_docs/cbp_CSIC.pdf



memoria institucional y como fundamento para el análisis, la interpretación y la evaluación de resultados en el proceso de investigación.

Para el logro de los objetivos planteados en el proceso de investigación, es muy importante que se disponga – en la institución del conocimiento – de los esquemas e instrumentos de trabajo técnico, así como de los elementos de apoyo administrativo a la investigación, que permitan utilizar los **recursos materiales y económicos** asignados al citado proceso, con criterios de eficiencia y eficacia, dentro de un marco de responsabilidad, seguridad y respeto integral.

Otro aspecto de singular importancia para garantizar el uso adecuado de la información recolectada en el proceso, radica en la necesidad de identificar y aplicar las medidas preventivas suficientes para evitar las **desviaciones en el ejercicio de la investigación**; esto a través de la generación de sistemas de alerta que impidan la interpretación abusiva o la falsificación de los datos, la acomodación de pruebas para que correspondan a las hipótesis planteadas en la investigación, o la apropiación indebida de información ajena sin respetar los derechos de autor.

Una de las herramientas esenciales para soportar los principios planteados es la estadística, la cual debe acompañar a todo el proceso de investigación, desde el planteamiento del problema, la planificación del diseño de la investigación (diseño de tratamientos, diseño de experimentos o metodologías de muestreo, selección de variables y protocolos para la toma de datos, entre otros), la ejecución, el control y el seguimiento de la investigación, hasta el análisis y la interpretación de los resultados.

Los productos de la investigación son el resultado de un proceso planificado, que tiene un soporte en los datos recopilados durante la ejecución de las diferentes actividades del proceso de investigación y en el análisis de los mismos; por tanto, los datos requieren un manejo especial para garantizar su conservación y posterior análisis, con el propósito de generar información y conocimiento de alta calidad, dentro del marco de las Buenas Prácticas de Investigación (BPI), y de esta manera poder responder a las necesidades de los diferentes actores del sector agropecuario (productores, asistentes técnicos, académicos, investigadores, estudiantes, tomadores de decisiones y otros).

1.2. GESTIÓN DE DATOS

Todo investigador, junto con su equipo de trabajo, debe definir los métodos e instrumentos necesarios para capturar, consignar, manejar y organizar

los datos obtenidos en los experimentos (condiciones controladas), o en los procesos basados en metodologías de muestreo (condiciones no controladas), en los “Libros de Registro de Datos e Información Experimentales”, los cuales, para el caso de Corpoica, se encuentran debidamente documentados e incluidos dentro de los procesos de gestión de calidad (**figura 1**).



Figura 1. Portada y Tabla de Contenido del documento “Guía para la elaboración de libros de registro de datos e información experimental (campo y laboratorio)”.

El libro de registro se define como el conjunto de formatos en los que se consignan los datos obtenidos en campo (lote, invernadero, casa de malla) o en laboratorio, relacionados con el diseño experimental o con el muestreo. La información recolectada permite conocer la ubicación, la implementación y el manejo del experimento o del proceso, así como la descripción de las variables independientes y dependientes (variables observadas), las observaciones y demás aspectos que pueden limitar o potenciar los resultados obtenidos en los proyectos de investigación.

En efecto, estos libros se constituyen en un componente importante para la gestión de los productos de investigación, desarrollo e innovación (I+D+i), ya que proporcionan una evidencia de la implementación y el desarrollo del experimento o de la observación bajo condiciones no controladas, acorde con los objetivos y la metodología propuestos en el proyecto de investigación. La guía para su diligenciamiento presenta los componentes básicos



que debe contener este tipo de libros (rótulo, carátula, información general sobre el experimento o metodología de muestreo, variables involucradas y registro de datos).

La guía aborda también aspectos técnicos relacionados con los experimentos (diseño experimental o de muestreo, descripción de tratamientos, número de repeticiones del experimento, tamaño de parcela o unidad experimental, croquis o mapa de información sobre manejo del experimento, variables medidas u observadas en el experimento, registro de datos), además de algunas recomendaciones sobre la forma como debe realizarse el registro de los datos para adecuarlos a las exigencias de los paquetes de análisis estadístico y para facilitar la aplicación de los criterios de evaluación de los libros de registro de datos e información experimental.

La guía presentada sucintamente, junto con otras guías como la orientada a las recomendaciones sobre uso de equipos de laboratorio y varios procedimientos que buscan garantizar el rigor y la calidad científica de los procesos y productos de I+D+i, se constituyen en una respuesta a la necesidad –tanto de la Corporación como de cualquier entidad del conocimiento– de organizar y documentar sus procesos misionales, y en una estrategia para preservar la memoria institucional y para consolidar y fortalecer su principal patrimonio en materia de investigación, transferencia de tecnología e innovación.



SECCIÓN 2: EL PROCESO DE LA INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA

2.1. CONSIDERACIONES SOBRE EL PROCESO DE INVESTIGACIÓN

Sabino (1992) denomina de modo general a la investigación científica como la actividad que permite obtener conocimientos científicos; es decir, conocimientos que se procura sean objetivos, sistemáticos, claros, organizados y verificables. La investigación científica se desarrolla de acuerdo con los lineamientos generales del proceso del conocimiento, en el que se asiste a un acercamiento entre el sujeto y el objeto de la investigación por un lado, y a la verificación de las teorías que se elaboran al confrontarlas con los datos de la realidad por el otro.

Siguiendo a Sabino, lo que distingue a la investigación científica de otras formas de indagación acerca de nuestro mundo es que esta se guía por el denominado método científico, el cual se concibe como un modo de hacer las cosas, plantearse las preguntas y formular las respuestas (que es característico de la ciencia); esto le permite al investigador desarrollar su trabajo con orden y racionalidad.



También se define al método científico como la aplicación de la lógica y la objetividad para el entendimiento de los fenómenos naturales. En este proceso es necesario considerar el conocimiento previo sobre el fenómeno de interés; a partir de este se plantean las hipótesis, que son probadas mediante experimentación, siendo esta última el componente fundamental de todo el proceso, ya que cualquier pregunta que no pueda ser probada mediante la experimentación no formaría parte del método científico (Melo et al., 2007). Kempthorne (1952), citado por Martínez (2009), plantea que en general el método científico consiste en formular hipótesis para verificarlas posteriormente mediante la experimentación.



La práctica en la gestión de proyectos, desde la conformación de equipos de investigación, la formulación de protocolos, la identificación de alianzas y la gestión de recursos, hasta la ejecución del proyecto y la difusión de resultados y productos logrados, evidencia que el método no es un camino fijo o predeterminado, y menos aún un recetario de acciones que se siguen como una rutina. En este aspecto es muy enfático Sabino (1992), ya que el conocimiento científico no se adquiere por un proceso similar al de la producción de bienes en una cadena de montaje, sino que se va desarrollando gracias a la libertad de pensamiento mediante la crítica, el análisis riguroso, la superación de los errores y la discusión. La experiencia muestra, contundentemente, que *solo investigando se aprende a investigar*.

No es el propósito de este manual práctico abrir una polémica acerca de lo que es método y metodología. Su enfoque se orienta hacia el tratamiento del proceso de investigación, en el cual (sin el ánimo de ser muy simplistas y en aras de la brevedad y la claridad) se considerarán las siguientes etapas, sin el requerimiento de que sean apreciadas de manera lineal: a) planteamiento del problema; b) definición del diseño metodológico; c) ejecución de la investigación; y d) análisis e interpretación de resultados.

Es conveniente indicar que un severo limitante para adelantar adecuadamente dicho proceso de investigación, consiste en que se ha desestimado la participación de la estadística en varias de las citadas etapas, y su papel se ha limitado al análisis de datos. Justamente por esta razón es frecuente la compilación desordenada de grandes volúmenes de información, la cual al final, no es susceptible de ser analizada estadísticamente.

Esta desafortunada característica, además de afectar el cumplimiento efectivo de los logros esperados en la investigación, también ha servido para fomentar la inaceptable conducta de algunas personas involucradas con el proceso de investigación, en relación con el desconocimiento acerca de la razón de ser de la información que ha recolectado en su experimento o en su proceso de muestreo. Frente a esta situación, es común que una vez se finaliza la toma de datos, se le formule al estadístico o analista la siguiente pregunta: "¿Ahora qué hago con todos estos datos?".

A continuación se describen someramente las etapas del proceso de investigación:

a) Planteamiento del problema

Cualquiera que sea el área donde se realice una investigación, el punto de partida es siempre la identificación de la existencia de un problema o la

posibilidad de desarrollar una potencialidad². Todo proceso de investigación parte del planteamiento del problema, etapa en la que si bien la estadística como tal aparentemente no tiene mayor participación, su aplicación sí va a permitir la integración y consolidación de los diferentes componentes del equipo de trabajo, sin que sea un obstáculo el momento en que esto se realice.

Una condición deseable es que el especialista en estadística esté familiarizado con el área de conocimiento sobre la que versa el proyecto, y que además participe en las diferentes discusiones para definir el problema, establecer las relaciones de causalidad y plantear los objetivos y las hipótesis de la investigación; esto es, que sea un participante activo y decisor de todo el momento proyectivo de la investigación.

Es importante resaltar que la adecuada formulación del problema se constituye en el principal aporte para encontrar su solución. Esto, sin lugar a dudas, incide en que el planteamiento de los objetivos y la definición de los productos esperados de la investigación, estén respaldados por metas e indicadores claros, y que la fundamentación estructural del proyecto, basada en su marco teórico, permita conocer y relacionar las experiencias, los conceptos y los resultados ya obtenidos en el tema, mediante la revisión y organización de los conocimientos previos.

b) Definición del diseño metodológico

Una vez definido qué es lo que se quiere investigar, se procede a establecer el **cómo hacerlo**, es decir, a concretar la segunda etapa del proceso de investigación: el **diseño metodológico**. Esto corresponde al momento metodológico de la investigación.

El cómo hacerlo implica la definición de una serie de reglas operativas y de técnicas elegidas, de acuerdo con la naturaleza del problema planteado. En general, deben tenerse en cuenta las siguientes consideraciones:

- La primera es la definición de si el estudio debe realizarse mediante experimentación o si se realiza por medio de observación. Si se considera que se debe llevar a cabo mediante experimentación, se somete el objeto de estudio a algunos estímulos (tratamientos), con el fin de evaluar su respuesta a los mismos al compararlos con el comportamiento de otros individuos que reciben diferentes estímulos o que no los reciben. Ejemplos de estos estímulos pueden ser diversas dietas en animales, varios niveles de fertilización en plantas o variados métodos de estudio

² Al decir de Sabino, se trata de campos del saber que tienen unidad interna pero que abarcan una problemática mucho más reducida que las disciplinas, e incluso las especialidades, en las que suelen ubicarse.



en bachilleres. Si el estudio se realiza mediante observación, el objeto de estudio no recibe premeditadamente estímulos, sino que se trata de evaluar su conducta "tal cual es", minimizando la influencia del observador.

- Un segundo aspecto tiene que ver con las variables a incluir y la forma en que deben ser consignados sus datos. En las investigaciones basadas en encuestas, es necesario definir las preguntas, su secuencia, su naturaleza (abiertas, cerradas o de escogencia múltiple, entre otros aspectos), y si la encuesta se aplica una sola vez o en diferentes oportunidades a los mismos individuos.

En las investigaciones por experimentación, se debe asegurar que el experimento proporcione la información adecuada a los interrogantes planteados. Así mismo, deben utilizarse instrumentos estándar para el registro de los datos, tal como se mencionó en el numeral anterior, identificando los diferentes estímulos y variables que se consideren, bien sea en el campo o en el laboratorio.

- Debe definirse quién y cómo se va a recolectar la información. En el primer caso, de acuerdo con el grado de control y la naturaleza de los datos, se especifica si es el productor, el auxiliar de investigación, el investigador u otra persona quien se encarga de esta actividad; además, debe quedar claro quién supervisa la calidad de la información tomada y cómo lo hace.

Respecto a cómo se recolectan los datos, es muy importante precisar los elementos y los equipos requeridos (balanzas, bombas de fumigar, altímetros, mapas, computadores y software, principalmente), los análisis de laboratorio necesarios y las técnicas a utilizar.

- Se debe tener claramente delimitado el universo de estudio (población), con el objeto de disponer de suficientes elementos para tomar la decisión relacionada con la conveniencia del muestreo, y en caso tal, para definir el procedimiento más adecuado de realización de este muestreo y precisar los alcances de las conclusiones.
- Definidas las variables de interés, las unidades de medición y el procedimiento de muestreo, debe especificarse la forma como se realizará y las técnicas estadísticas que se utilizarán para procesar y analizar la información. Un aspecto que puede resultar muy útil para esta definición, consiste en haber establecido anticipadamente las tablas y las gráficas que se van a incluir en el informe final.

- Los instrumentos para recolectar los datos deben ser previamente probados, ojalá bajo las mismas circunstancias en las que se va a llevar a cabo la investigación, con el propósito de revisar y evaluar su consistencia, su coherencia y su pertinencia, y así estar en condiciones de realizar los ajustes necesarios antes de la toma efectiva de información.
- Un aspecto fundamental consiste en asegurar la existencia de las condiciones necesarias relacionadas con los supuestos que poseen las diferentes pruebas estadísticas, para que su aplicación permita garantizar la validez de los resultados.

c) Ejecución de la investigación

Esta etapa se refiere a la realización física del estudio y a la organización y el procesamiento de la información obtenida según lo planeado en la etapa de diseño metodológico. Corresponde al momento técnico de la investigación. En este paso se pueden utilizar datos de fuentes primarias y secundarias, los cuales una vez obtenidos se sistematizan conforme con los criterios establecidos previamente. La sistematización se hace más sencilla y accesible gracias a la disponibilidad, relativamente económica, de medios informáticos.

Es de gran utilidad procesar y analizar parcialmente los datos a medida que se van generando, con el objeto de agilizar la siguiente etapa. Igualmente, se recomienda realizar un control permanente de la calidad de los datos que se van obteniendo y, de ser necesario, tomar las medidas y llevar a cabo las acciones precisas y oportunas (por ejemplo, volver a tomar los datos, ajustar los instrumentos imprecisos, eliminar o reemplazar una unidad de la muestra, entre otras posibles opciones). En situaciones extremas, la supervisión, el control y la evaluación permanente de la calidad y la confiabilidad de la información recolectada podrían conducir al replanteamiento de los objetivos y de las hipótesis de la investigación.

d) Análisis e interpretación de resultados

Los productos de esta etapa, junto con la información capturada de los resultados de otros trabajos (revisión de fuentes secundarias), suministran la evidencia total o parcial que va a permitir confirmar o no las hipótesis propuestas. Así mismo, con base en ellos va a ser posible responder a los interrogantes planteados durante la conceptualización del problema y establecer las conclusiones globales, de acuerdo con los datos disponibles. Corresponde al momento final de la investigación, el cual se denomina síntesis.



En esta fase se aplican las técnicas de análisis estadístico definidas en el diseño metodológico de la investigación. Dichos análisis suelen ir precedidos de la tabulación de los datos en cuadros de resumen y del uso de estadísticas descriptivas, como porcentajes, promedios, medidas de variación y medidas correlaciones (análisis exploratorio de datos), principalmente.

El propósito del análisis es suministrar una explicación razonable a la evidencia empírica, para determinar cuál o cuáles de las hipótesis planteadas están en contradicción con la evidencia; además, permite la estimación de parámetros, especificar el nivel de confianza que puede asignarse a cualquier conclusión obtenida y estimular el proceso de conjetura por parte del investigador. Lo anterior difícilmente se podrá lograr si el diseño experimental y/o muestral, así como las herramientas apropiadas para el análisis de los datos, no son los adecuados; estos aspectos se constituyen en la principal contribución de la estadística en el proceso de investigación.

Una vez se ha alcanzado la última etapa del proceso de investigación, el ciclo del conocimiento continúa con la formulación de nuevas hipótesis. Mediante esta actividad específica es posible que algunos de los conceptos planteados inicialmente puedan ser modificados, pero con ello se puede llegar a un mejor entendimiento del problema y a una más profunda identificación de sus posibles soluciones. Este ciclo se ilustra en la **figura 2**³, donde también se destaca la importancia de comunicar los resultados, pero no solamente a la comunidad científica, sino también a los diferentes usuarios de los resultados de la investigación.



Figura 2. Ciclo de la investigación científica. (Fuente: Wikipedia.org)

³ http://es.wikipedia.org/wiki/Ciclo_de_la_investigaci%C3%B3n_cient%C3%ADfica

2.2. ESCALAS DE MEDICIÓN

En general, una característica medida sobre un objeto (cosa, persona, animal, planta, parcela, cuerpo celeste, célula, átomo, etc.), que puede tomar diferentes valores, se denomina variable. Durante el diseño metodológico de una investigación se definen, tanto las variables independientes, que en el caso experimental se denominan tratamientos, como las variables dependientes o medidas u observadas.

Las variables pueden ser clasificadas teniendo en cuenta las denominadas ‘escalas de medición’. Según Díaz (2002), tienen que ver con el desarrollo de reglas sistemáticas y de unidades significativas de medida para identificar o cuantificar las observaciones empíricas. Se distinguen cuatro conjuntos de reglas básicas, que corresponden a cuatro escalas de medida: nominal, ordinal, de intervalo y de razón (**tabla 1**).

La escala de medida **nominal** corresponde a la escala de medida más simple: los números que suelen emplearse son considerados como “etiquetas”, las cuales son asignadas a los objetos con el propósito de clasificarlos, aunque

Tabla 1. Síntesis sobre las escalas de medición y sus principales características.

VARIABLES CATEGÓRICAS				VARIABLES NUMÉRICAS			
CUALITATIVAS				CUANTITATIVAS			
NOMINAL		ORDINAL		INTERVALO		RAZÓN	
Ningún Atributo		Un Atributo (Ord)*		Dos Atributos (Ord, Dis)*		Tres Atributos (Ord, Dis, Ori)*	
Posee categorías a las que se asigna un nombre sin que exista ningún orden implícito entre ellas.		Posee categorías ordenadas pero no permite cuantificar la distancia entre una categoría y otra.		Tiene intervalos iguales y medibles, pero no un origen real. El cero es arbitrario.		Tiene intervalos constantes entre valores, además de un origen real. El cero significa la ausencia de la variable.	
Medios de Comunicación	Estado civil	Nivel educativo	Intensidad	Temperatura	Hora del día	Peso de cerdos al sacrificio	Número de hijos
Radio Televisión Internet Otro	Soltero Casado Otro	Primaria Secundaria Superior	Leve Moderada Severa	Para una zona dada entre -10 °C y 24 °C	Entre 0 y 24 horas	Entre 80 y 90 kg de peso vivo	Para una familia moderna entre 0 y 3
Dicotómicas: Tienen solamente dos categorías. Ejemplos de categorías dicotómicas: Nuevo – Antiguo / Vivo – Muerto / Sano – Enfermo / Macho – Hembra / Positivo – Negativo.				Continuas: Proviene de medir. Se pueden representar con números enteros o fraccionarios. Entre dos valores siempre existe un número intermedio.			
Politómicas: Tienen más de dos categorías: estrato socioeconómico, razas bovinas, regiones naturales, etc.				Discretas: Proviene de contar. Solamente pueden ser representadas con números enteros.			

* Atributos: Orden (Ord), Distancia (Dis), Origen (Ori)
Fuente: Ajustado de <http://www.stelladominguez.com/2011/03/escalas/>.



Figura 3. Una característica medida sobre un objeto, que puede tomar diferentes valores, se denomina variable. Fotos de Gustavo García G.

no poseen el significado numérico usual, aparte de la relación de igualdad, y por lo tanto, no tienen naturaleza métrica.

Algunos ejemplos son: el género, la raza, la profesión, el número de cédula de ciudadanía, el número de identificación tributaria. A pesar de que algunas etiquetas son formalmente numéricas, estos dos últimos ejemplos solo están siendo usados para identificar a los objetos observados.

La escala **ordinal** es una escala de medición más compleja: se diferencia de la anterior en que aunque no posee naturaleza métrica tiene una relación de **orden** que se mantiene, tanto en el sistema numérico como en el empírico. Los números que se asignan a los atributos conservan el orden de la característica (variable) que se mide. El grado de tolerancia a una enfermedad es un ejemplo de esta escala (muy tolerante, tolerante, susceptible y muy susceptible). Otros ejemplos son: preferencia sobre productos de consumo, etapa de desarrollo de un ser vivo o estrato socioeconómico.

La escala **de intervalo** implica, además de una relación de **orden** (como la escala ordinal), una relación de igualdad de diferencias entre pares de objetos respecto a una característica determinada (**distancia**). Las diferencias entre los números corresponden con las diferencias entre la propiedad medida sobre los objetos, es decir que tiene naturaleza métrica.

Una característica importante es que para este tipo de escala es necesario definir un origen o punto "cero", respecto al cual la medida tiene sentido, aunque esto no necesariamente significa ausencia del atributo. La temperatura, la altitud física (distancia vertical que separa un punto de otro que le sirve de referencia), la ubicación en una carretera respecto de un punto de

referencia (kilómetro 85 vía a Girardot), o el sobrepeso respecto de un patrón de comparación, corresponden a características o variables medidas en esta escala, donde el cero es un valor tomado arbitrariamente.

La escala **de razón** es el nivel más complejo de escalamiento. Además de las características de la escala de intervalo, el cero corresponde a un punto de **origen** fijo o natural. El cero absoluto permite, aparte de lo que ofrecen las otras escalas, comparar mediciones mediante un cociente. El peso, la talla, la producción o la edad, corresponden a esta escala de medición.

Otra forma de clasificación más sencilla (como se aprecia en la **tabla 1**), corresponde a la escalas de variables cualitativas y cuantitativas; en el primer caso la escala no es métrica, y corresponde con las escalas nominal y ordinal. Por otra parte, las variables cuantitativas tienen una escala métrica, que considera las escalas de intervalo y de razón.

Las primeras se pueden dividir a la vez en variables dicotómicas y variables politómicas, en tanto que las numéricas se dividen en variables discretas y continuas. El lector puede identificar las variables que maneja en su campo de conocimiento y clasificarlas, conforme las escalas de medición ya indicadas.

La identificación de la naturaleza de las variables que deben ser medidas u observadas en el desarrollo de cualquier investigación, es una actividad muy importante que debe ser realizada durante la definición del diseño metodológico del proceso de investigación, debido a que con base en esto es como se va a poder definir adecuadamente el tipo de análisis o modelamiento estadístico que es permitido y válido realizar para cada caso.





SECCIÓN 3: BREVE REPASO DE ESTADÍSTICA

3.1. INTRODUCCIÓN

El tema de diseño experimental suele constituirse en un requisito académico dentro de los programas de estudios universitarios a nivel de pregrado y, en algunas oportunidades, de postgrado, en profesiones relacionadas con áreas agropecuarias, forestales o ambientales. Sin embargo, la estrategia utilizada para resaltar su valoración e importancia en la formación profesional integral de las personas dedicadas al estudio de estas temáticas, generalmente carece de elementos motivacionales y aclaratorios suficientes para que estas personas (estudiantes) puedan entender su concepto, conocer sus modelos y aplicar sus fundamentos, de tal manera que su alcance trascienda el marco puramente curricular.

Lo anterior ha conducido a que el diseño experimental se entienda como una temática de dominio casi exclusivo de especialistas, a quienes se considera es necesario y obligatorio recurrir cuando se enfrenten situaciones que exijan la utilización mecánica de ciertos métodos de trabajo en experimentación de campo o laboratorio. Esta posición puntual se encuentra en contraposición con la naturaleza y el propósito del diseño de experimentos, en razón a que, si bien para su comprensión, aplicación e interpretación se requiere del manejo de ciertas técnicas y conceptos de carácter estadístico, esto no necesariamente se debe localizar fuera del dominio individual y colectivo de profesionales pertenecientes a la órbita de utilización de esta temática de trabajo.

La cercanía conceptual y operativa con la teoría fundamental de diseño experimental es esencial para incorporar, de manera creciente, a estudiantes, profesores, investigadores y grupos de investigadores y de académicos, en el estudio y utilización eficiente de este tema, de tal manera que se logre una consolidación y unificación de sus bases conceptuales, de las posibilidades u opciones de diseño para cada situación específica, y de las diferentes maneras posibles de analizar e interpretar los resultados obtenidos, así como de los requerimientos en aspectos de estadística para abordar su aplicación. Por lo tanto, se considera que previo al inicio del tema de diseño experimental, es conveniente recalcar y unificar algunos conceptos básicos de estadística,

desde el cálculo e interpretación de medidas estadísticas que describen un conjunto de datos, hasta llegar al concepto de pruebas de hipótesis.

La mayor parte de las aplicaciones utilizadas para recordar la base conceptual y la estrategia operativa de las técnicas estadísticas que se presentan en este capítulo, son el resultado de experiencias institucionales de Corpoica y de otras entidades similares, realizadas en un medio de agricultura y ganadería tropicales. Otro aspecto importante que caracteriza la presentación de este manual, es que se abandona el enfoque tradicional de memorización y aplicación mecánica de "fórmulas", y se opta por hacer especial énfasis en la identificación y el entendimiento de cada situación, así como en la ilustración detallada del procedimiento utilizado.

Es importante aclarar que el alcance de este manual es limitado, en razón a que solo alcanza para cubrir las necesidades determinadas de una etapa específica del proceso de formación complementaria de cierto segmento de profesionales interesados en el manejo y la aplicación del diseño de experimentos. Debido a ello, y con el fin de avanzar en la fundamentación requerida para llegar a niveles más altos en la aplicación de esta temática con el apoyo de la estadística, es necesario continuar con la consulta y el estudio de textos y documentos especializados, los cuales, con seguridad, servirán de referencia para la elaboración de futuras secciones complementarias de este manual.

3.2. ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA

La estadística es un área de la ciencia que se ocupa de la extracción de la información contenida en datos numéricos y de su uso para hacer inferencias acerca de la población de la que se extraen los datos (Mendenhall, 1987). Su papel no se limita únicamente al análisis de los datos requeridos para las inferencias, sino que también aporta en el proceso de toma de decisiones de manera sustentada.

Tradicionalmente la estadística se ha dividido en dos ramas para su estudio: la estadística descriptiva y la estadística inferencial. La primera se ocupa de la recopilación, organización, presentación y caracterización de un conjunto de datos, con el objeto de describir en forma apropiada las diversas características de dicho conjunto, así provengan de una muestra o de una población.

Esta parte de la estadística se constituye en un primer paso para presentar los datos, de tal forma que se puedan visualizar resumida y sistemáticamente



(análisis exploratorio de datos) antes de abordar análisis estadísticos más complejos. Tal como lo plantea Santa (2013), esta fase descriptiva o exploratoria de datos implica la búsqueda de buenas descripciones de los mismos para: a) desarrollar hipótesis y modelos adecuados sobre los datos; y b) hacer algunas suposiciones, a priori, acerca de los datos.

Por otra parte, la inferencia estadística puede definirse como el conjunto de métodos que permiten la estimación de una o más características de una población o la evaluación de hipótesis sobre dichas características, con base en el análisis de los datos obtenidos de muestras que se han extraído de la población.

Esta parte del manual se ocupará del ordenamiento y tratamiento práctico de la información, con el objeto de que pueda ser presentada por medio de tablas y representaciones gráficas, así como también de la obtención de algunos indicadores útiles para la interpretación de la información contenida en los datos.

3.2.1. Variables

Los datos son la materia prima con la que trabaja la estadística. Su principal característica es la variación, y esto es lo que regularmente puede apreciarse en diferentes situaciones, aparentemente poco importantes pero realmente determinantes al momento de realizar evaluaciones económicas, técnicas, nutricionales o biológicas, entre otros aspectos.

Algunos ejemplos pueden ser:

- En el laboratorio el análisis bromatológico de cierta fuente alimenticia puede mostrar que el valor de la proteína cruda, aún sobre la misma muestra, varía entre 13,8 % y 14,3 %.
- La altura de dos plantas sembradas el mismo día, utilizando el mismo tipo de semilla y bajo las mismas condiciones, puede indicar que una de las plantas mide 35,3 cm y la otra 40,4 cm.
- Con la utilización de una técnica de manejo integrado de plagas en papa, puede hallarse que en tres diferentes trampas ubicadas en el mismo lote el conteo de polillas fue de 300, 420 y 380 insectos.
- Una encuesta aplicada a varios productores puede mostrar que a una de las preguntas relacionadas con el estado civil, ellos pueden responder de cinco formas distintas: soltero, casado, viudo, separado o en unión libre.

En los ejemplos anteriores es posible identificar cuatro características: proteína cruda, altura de la planta, número de insectos atrapados y estado civil; lo común de todas ellas es la variación, y es por esta condición que reciben el nombre de **variables**.

Es conveniente resaltar que, si se analiza con detenimiento cada una de las variables de los ejemplos, se notará que estas son de diferente naturaleza. En las tres primeras, las observaciones resultantes pueden medirse, debido a que poseen un orden o rango natural (variables **cuantitativas**); corresponden a la escala de medida de razón, ya definida en la sección anterior.

Las dos primeras variables pueden presentar un infinito número de posibles valores dentro de un intervalo (**continuas**). Entretanto, el número de insectos atrapados es una variable **discreta**, debido a que entre dos valores consecutivos no existe algún otro valor posible; es por esto que se puede hablar de 20 o 21 insectos atrapados, pero no de 20,5 insectos atrapados.

La cuarta variable, o sea el estado civil, no es susceptible de medición (variable **cualitativa**). Sus observaciones solo pueden clasificarse en una de varias categorías: soltero, casado, viudo, separado o en unión libre, que corresponde a la escala de medición nominal. Otros posibles ejemplos de variables cualitativas de común aparición en el sector agropecuario son la raza de bovinos lecheros y las variedades de papa.

En el primer caso, sus categorías, tomando como referencia el sector de la sabana de Bogotá, podrían ser Holstein negro, Jersey, Pardo Suizo, Normando o Holstein rojo. En relación con las variedades de papa, podrían encontrarse diferentes categorías como Parda Pastusa, R12, Sabanera o Suprema.

3.2.2. Poblaciones y muestras

Una vez se ha alcanzado a desarrollar el concepto de variables y de observaciones, es necesario darles a estas últimas un contexto, de tal manera que sea más fácil diferenciar y entender su comportamiento específico bajo diferentes situaciones.

Las observaciones, es decir, los datos de las variables, no se deben apreciar y trabajar de manera aislada respecto del sujeto o del objeto de trabajo en el tiempo y en el espacio o en el lugar; en otras palabras, no es suficiente con decir, por ejemplo, 13 años, 18 toneladas de papa por hectárea o ventas mensuales de \$20'200.000 como cifras sin referente real y sin ubicación espacial ni temporal.



Tiene más sentido expresar que 13 años es la edad de un estudiante de bachillerato del colegio Salesiano, que fue matriculado en el año 2008; o que 18 toneladas de papa por hectárea es la producción de la finca “La Linda” durante el segundo semestre de 2010 en la vereda Velandia del municipio de Saboyá; o que \$20'200.000 es la venta del mes de enero de 2008 del Almacén El Cuero, uno de los establecimientos de calzado del barrio Restrepo.

Con base en lo que se ha expuesto, es posible introducir dos conceptos fundamentales en la estadística, los cuales poseen una importante utilización en el diseño de experimentos: población y muestra.

Se define **población** como todo el conjunto de observaciones de una variable. Con base en los ejemplos citados anteriormente, se pueden identificar las siguientes poblaciones:

- Conjunto total de edades de los estudiantes matriculados en el colegio Salesiano en el año 2008.
- Todos los posibles valores de producción de papa, correspondientes a las fincas de la vereda Velandia del municipio de Saboyá, durante el segundo semestre de 2010.
- Las ventas de todos y cada uno de los establecimientos de calzado del barrio Restrepo durante el mes de enero de 2008.

Por otro lado, una **muestra** es una parte de la población cuya información se utiliza para hacer **inferencias**, es decir, para sacar conclusiones sobre la población de la cual ha sido seleccionada. Como el objetivo es obtener inferencias válidas, se debe garantizar que la muestra sea representativa de la población.

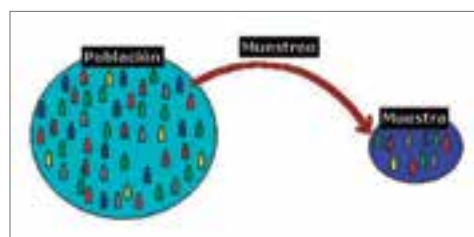


Figura 4. Una muestra aleatoria es una parte de la población, cuya información se utiliza para hacer inferencias. Fuente: Winmates.net

Es usual entre la comunidad dedicada a la realización de estudios en los que interviene la estadística, que se defina la muestra como un porcentaje de elementos de la población (por ejemplo, el 10 %), y que además su selección se realice de manera arbitraria. No obstante, lo más recomendable es seleccionar una **muestra aleatoria**, ya que este método permite medir qué tan válida es la inferencia a partir de la asignación de una probabilidad conocida de selección para cada uno de los elementos de la población.

3.2.3. Registro, agrupación y presentación de datos

Como se indicó en el capítulo relacionado con la “Guía para la elaboración de libros de registro de datos e información experimental (campo y laboratorio)”, el registro de datos es esencial para el adecuado proceso de investigación, principalmente en términos de la validez y la pertinencia de los resultados obtenidos. Sin embargo, se debe recalcar que la excelente evaluación y calificación que se pueda obtener por el hecho de haber realizado un adecuado registro y análisis de los datos, parte de haber contado con un exitoso diseño metodológico de la investigación. Esto quiere decir que, si bien la adecuada realización de los aspectos mecánicos es importante en un proceso de investigación, la efectividad de cada una de estas actividades operativas radica en la disponibilidad de un excelente soporte que sirva para orientar y precisar la manera como se debe llevar a cabo cada una de las diferentes actividades del proceso.

Por otra parte, para realizar un análisis más rápido y eficiente de los datos capturados, es necesario haber ejecutado previamente un muy buen diseño de los formatos de registro de información, con el objeto de que a partir de su utilización se evite la duplicación y la excesiva transcripción de los datos originales, se facilite la revisión y corrección de inconsistencias (datos mal obtenidos o mal registrados) y a la vez, se pueda disponer adecuadamente de esos datos para su sistematización.

Una de las características en algunos de los trabajos que regularmente se realizan en las investigaciones, como es el caso de las encuestas, corresponde a que se toma una gran cantidad de observaciones de múltiples variables. Por ejemplo, en un estudio de caracterización con perspectiva de género se entrevistaron 206 familias campesinas, a las que se les indagó acerca de sus aspectos socioeconómicos, de las maneras y razones de producir y de sus expectativas futuras (Franco *et al.*, 1995). Esto generó un gran conjunto de datos, que consistió en más de 50 variables, cada una con 206 observaciones.

A pesar de que este es un gran volumen de datos, ellos por sí solos no dicen nada, por lo tanto, es necesario, posterior a su registro y sistematización, realizar una agrupación de las principales variables con el objeto de alcanzar un conocimiento más específico sobre ellas.

Es por esto que se recomienda elaborar cuadros como los que se ilustran en la **tabla 2**. El procedimiento para construirlos implicó pasar de 206 observaciones puntuales y no organizadas, a un resumen tabular que permite lograr un mayor conocimiento de la situación, en este caso, sobre el tipo de familia y sobre el número de miembros, por tipo de familia productora de papa en Cundinamarca y Boyacá.



Tabla 2. Ejemplos de tablas de agrupación de datos.

Tipo de familia	No de familias	%	Rango No de miembros	No de familias	%
Nucleada	170	82,5	0 – 4	75	36,4
Extensa	20	9,7	5 – 8	110	53,4
Matriarcal	16	7,8	9 – 12	21	10,2
TOTAL	206	100,0	TOTAL	206	100,0

Tabla 2a. Tipo de familia de productores de papa de Cundinamarca y Boyacá.

Tabla 2b. Número de miembros de familias productoras de papa de Cundinamarca y Boyacá.

Fuente: Franco, L. B. y Fierro, L. H. 1995. Caracterización y Evaluación del Desempeño de la Mujer y la Familia Rural en Diferentes Etapas de los Sistemas de Producción en dos Complejos Culturales de Colombia. Parte 1 - Complejo Cultural Andino. Boyacá - Cundinamarca. Pronatta - Corpoica.

Es así como, al observar dichas tablas, es posible saber que el 81 % de las familias son nucleadas y solo alrededor del 5 % son patriarcales (tabla 2a). También se puede conocer que la mayoría de familias productoras de papa (53,4 %) tienen entre 5 y 8 miembros (tabla 2b).

En el ejemplo citado en la Tabla 2a, es importante notar que se agrupó una variable de tipo cualitativo nominal y que el procedimiento se basó, sencillamente, en registrar cada uno de los tipos de familia y después proceder al respectivo conteo. La construcción de la tabla 2b requiere de un procedimiento un poco menos simple, ya que es necesario conformar rangos para la variable, la cual en este caso, es cuantitativa discreta, y después sí proceder al conteo.

En caso de que la variable sea continua, el procedimiento es más profuso que para las dos características presentadas en la tabla 2; esto está disponible en los textos de estadística descriptiva para su consulta. En la tabla 3 se presentan los datos agrupados correspondientes a la producción de lechuga (g) de 40 parcelas experimentales con humus provenientes de diferentes sustratos como clavel, rosa, repollo bovinaza y combinaciones de los mismos.

Tabla 3. Tabla de agrupación (distribución de frecuencias) de la producción de lechuga (g) de parcelas experimentales.

Rangos de producción de lechuga (g)	Frecuencia absoluta (f _i)	Frecuencia relativa (f _i)	Frecuencia absoluta acumulada (F _i)	Frecuencia relativa acumulada (F _i)
229,6 – 246,3	5	12,5	5	12,5
246,4 – 263,1	11	27,5	16	40,0
263,2 – 279,9	2	5,0	18	45,0
280,0 – 296,8	13	32,5	31	77,5
296,8 - 313,6	9	22,5	40	100,0
	40	100,0		

Fuente: Romero, María. 1998. Ensayos en lombricultura.

Desde el punto de vista de aplicación de técnicas de tipo estadístico, lo expuesto en la tabla 3 se conoce como **distribución de frecuencias**. En esta distribución, cada una de las columnas representa una clasificación o una organización de los valores agrupados de la variable en estudio.

Para el ejemplo citado (producción de lechuga), la primera columna corresponde a las clases o categorías de los valores colectados de la producción de lechuga; la segunda columna muestra el número (conteo) de las parcelas, cuya producción se encuentra dentro de una respectiva clase (frecuencia absoluta); la tercera columna expresa la frecuencia relativa, calculada como el porcentaje respecto del total de cada una de las frecuencias absolutas (para la 1ª clase se calcula como $100 \cdot 5/40$); la cuarta columna corresponde a la frecuencia absoluta acumulada (sumatoria consecutiva de cada una de las frecuencias absolutas), y la quinta columna muestra la frecuencia relativa acumulada (sumatoria consecutiva de cada una de las frecuencias relativas).

Alternativa o complementariamente a la distribución de las frecuencias absolutas, suelen presentarse los datos en un gráfico llamado **histograma de frecuencias**. La figura 5 representa los datos correspondientes a la tabla 3. Cuando se unen los puntos medios de cada barra del histograma, se obtiene una gráfica denominada **polígono de frecuencias**. En la figura 5 a la derecha también se representa la frecuencia absoluta acumulada, lo que se conoce como **gráfico integral**.

La distribución de la producción de lechuga del ejemplo precedente, tal como se aprecia en la figura 5 a la izquierda, presenta dos picos o modas, los cuales se sitúan alrededor de 254,8 g y 298,4 g por parcela. Esto también se

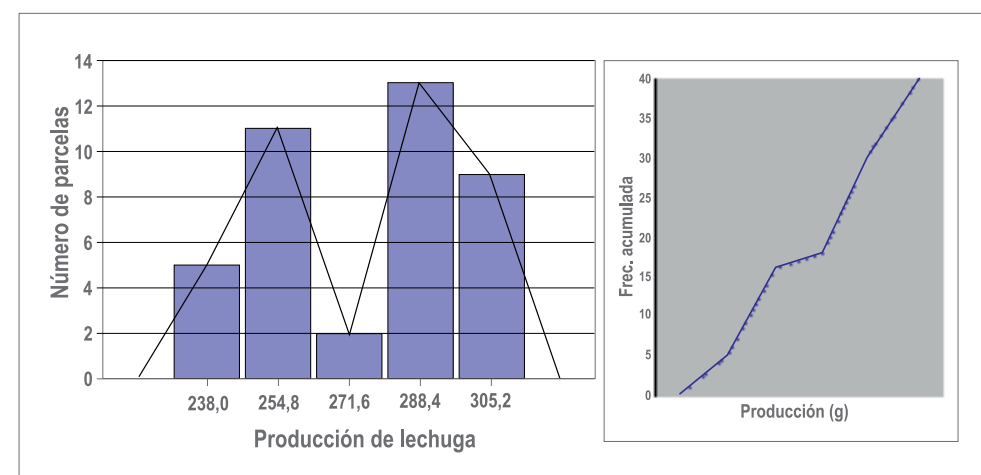


Figura 5. Histograma, polígono y gráfico integral para la producción de lechuga (g) en 40 parcelas.



hace evidente en el gráfico integral, ya que muestra una disminución de la pendiente para después aumentar nuevamente, justamente en el intervalo de clase posterior a aquel donde se presenta el primer pico.

En la **figura 6** se presentan diferentes “formas de polígonos” de frecuencia de uso común. La **figura 6a** representa una **distribución asimétrica**, ya que la mayoría de los datos se concentran a un lado de la distribución, y algunos, muy pocos, en la parte superior, razón por lo que se considera que tiene asimetría a la derecha o positiva. Por su parte, la **figura 6b** se denomina de **distribución bimodal**, ya que aparecen dos “gibas”, que indican frecuencias altas, lo que suele ocurrir cuando hay mezclas de poblaciones.

Este es el caso de la variable estatura de personas, cuando en una misma distribución se mezclan datos de hombres y de mujeres. Por ejemplo, para el caso de Colombia puede haber un pico o moda de alrededor de 1,57 metros para las mujeres y de 1,69 para los hombres⁴.

La **figura 6c** no es una distribución muy usual; se denomina **distribución en u**, pero se presenta, por ejemplo, cuando se clasifica la población económicamente no activa por grupos de edad (eje de las “x”). A edades bajas o altas dicha distribución presenta frecuencias altas (en los extremos), pero a edades intermedias, que es cuando las personas tienen mayor posibilidad de estar empleadas, la frecuencia es baja.

Finalmente, la **figura 6d** ilustra una distribución que es común que presenten varios fenómenos del mundo real. A esta distribución se le denomina **distribución simétrica**; presenta una sola moda y los datos se distribuyen simétricamente a ambos lados del valor central del conjunto de datos.

3.2.4. Medidas de tendencia central

Como ya se indicó en el numeral anterior, mediante la agrupación y la presentación de la información es posible lograr un mayor conocimiento de las variables de interés; sin embargo, debido a los requerimientos del trabajo de investigación, la mayoría de veces se debe avanzar un poco más allá, a partir de la producción de información más resumida.

A través de los medios de comunicación, permanentemente se puede acceder o conocer información de diversa índole; por ejemplo, se puede decir que el costo de vida para el mes de febrero de 1998, respecto al período anterior, aumentó en un 3 %. Para fines sociales, políticos y económicos puede resultar suficiente con conocer esta cifra, si bien desde el punto de vista estadístico puede surgir una pregunta: ¿Cómo se produjo este dato?

⁴ http://es.wikipedia.org/wiki/Estatura#Altura_promedio_en_varios_pa.C3.ADses

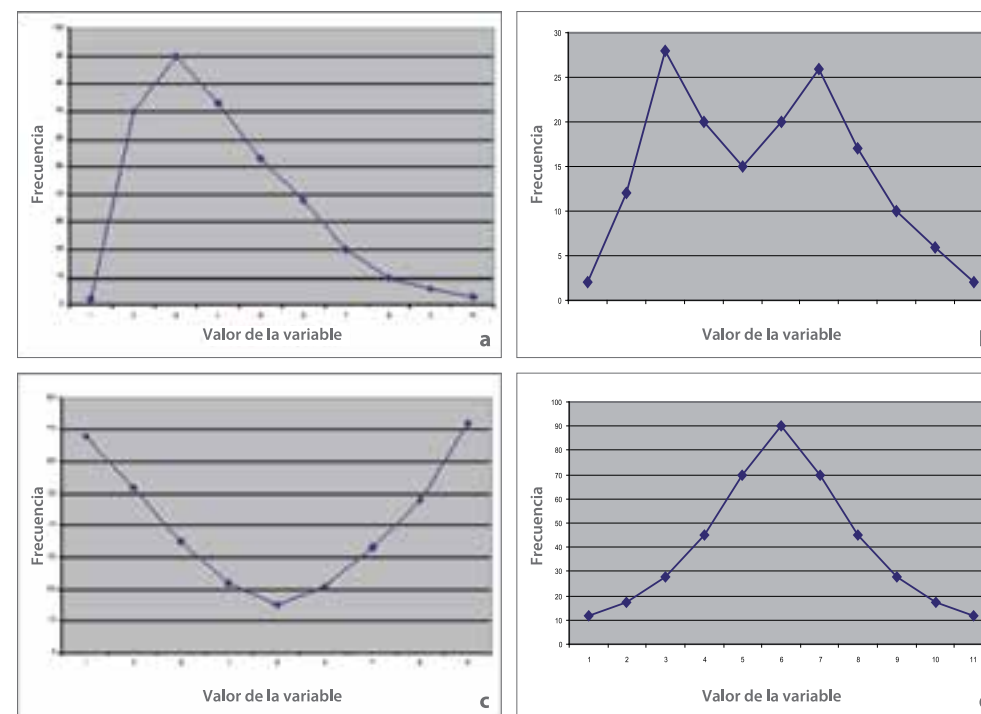


Figura 6. Casos hipotéticos de distribuciones de frecuencia.
 a. Distribución asimétrica
 b. Distribución bimodal
 c. Distribución en u
 d. Distribución simétrica

Lo que se pretende con las cifras oficiales es contar con un valor representativo para cada variable de interés que permita mostrar lo ocurrido en toda la población del país o de sus regiones. En lo que estrictamente a esa variable se refiere, en cada uno de los diferentes departamentos y ciudades se toman muestras de familias en las que se observa el comportamiento del gasto en los componentes involucrados en el cálculo del costo de vida (alimentos, estudio, salud, transporte, arriendo y ropa, entre otros). Una vez se cuenta con la información necesaria, a nivel de cada zona de trabajo, se procede a consolidarla con el propósito de calcular un solo dato o cifra, con el que se pretende mostrar un valor representativo del costo de vida en el país o en las regiones; este valor representativo es más conocido como **promedio**.

Un promedio, también llamado media, es una medida de tendencia central con la cual se busca representar, a partir de un valor calculado, el comportamiento de las observaciones de una variable; es decir, que con las medidas de tendencia central se busca describir un conjunto de observaciones, bien sea que procedan de una muestra o de la población, mediante la obtención de un número único que las represente.



Algunas de las medidas de tendencia central más comunes son la mediana, la moda, la media geométrica y la media aritmética o simplemente media; esta última es la más usada, y será el tema de estudio en la siguiente parte de este manual.

Con el propósito de asegurar la claridad en el manejo de los símbolos utilizados por la estadística, los cuales regularmente se utilizarán en este manual práctico para diferentes cálculos, se considera importante exponer un ejemplo hipotético referido a la edad (años) de 6 niños al ingresar al colegio. En la **tabla 4** se relacionan sus nombres y la edad respectiva (columnas 1 y 2).

Tabla 4. Edad de seis niños al ingresar al colegio (años).



NOMBRE	EDAD (AÑOS)	SÍMBOLO (X)
Claudia Jaramillo	3	X_1
Ángel Arcángel	4	X_2
María Santander	2	X_3
Carlos Sastoque	5	X_4
Ramiro Ramírez	6	X_5
Cleovigilda Caro	4	X_6
Total (suma)	24	$\sum X_i$

Fuente: Datos ficticios

En la tercera columna se muestra un símbolo (X), que representa la edad de cada niño; de esta manera, en vez de decir que la edad de Cleovigilda Caro es 4 años, se puede expresar como $X_6 = 4$; igualmente, si se desea indicar que María Santander tiene 2 años al ingresar al colegio, esta situación se representa como $X_3 = 2$.

La letra X representa la variable *edad de los estudiantes al momento de ingresar al colegio*, la cual está seguida de un número, denominado subíndice, que sirve para identificar cada una de las observaciones (estudiantes, en este caso).

Otro símbolo muy usado es el de sumatoria (\sum), con el cual se indica que se va a realizar esta operación para todos o para un grupo de los valores de la variable observada en la muestra o en la población, esto es, para un conjunto de datos. Por ejemplo, con base en la tabla anterior se pueden expresar las siguientes sumatorias:

$\sum_{i=3}^4 X_i$	Expresa la suma de las edades de los niños María y Carlos	Cuyo resultados es: 7 años
$\sum_{i=1}^3 X_i$	Expresa la suma de las edades de los niños Claudia, Ángel y María.	Cuyo resultados es: 9 años
$\sum_{i=1}^6 X_i$	Expresa la suma de las edades de todos los seis niños.	Cuyo resultados es: 24 años

Es importante recordar lo que significan los números y las letras que figuran en la parte inferior y superior del símbolo de sumatoria (\sum). El número y la letra que aparecen en la parte inferior de este símbolo identifican a la observación que sirve de punto de partida para realizar la sumatoria, en tanto que el número ubicado en la parte superior del símbolo indica la última observación que se va a tener en cuenta para realizar la citada operación (sumatoria).

Como se expresó anteriormente, el principal tema que se va a estudiar en este manual, relacionado con las medidas de tendencia central, es la **media aritmética**. Esta medida se define como la sumatoria de todas las observaciones, dividida por el número de observaciones. Se denota por \bar{X} ("x barra") y se calcula como:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

En esta fórmula, el numerador indica que se suman todas las observaciones, cuyo resultado se divide por el número de observaciones (n).

Con los datos del ejemplo de la **tabla 4**, se tiene que:

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{24}{6}$$

$$\bar{X} = 4 \text{ años}$$

Con base en los cálculos realizados, se puede concluir que la edad promedio de ingreso al colegio de los seis niños es de 4 años. Los resultados obtenidos en este ejercicio o en cualquier otro similar, suelen compararse entre sí con el objeto de realizar la discusión. En este caso, si el ingreso al colegio es a primaria, se puede concluir que el grupo de niños que se ha analizado se considera "aventajado", debido a que ingresan a este nivel de estudio a una edad temprana.



La media aritmética y la desviación estándar (que se tratará más adelante), son consideradas las 'medidas clásicas' de la estadística. Para su cálculo se utilizan los valores de todas las observaciones; esto quiere decir que contienen la mayor cantidad de información disponible en la muestra, lo que les confiere una alta confiabilidad. No obstante, se debe indicar que son sensibles a la existencia de observaciones extremas (valores muy altos o valores muy bajos de la variable).

Otras medidas de tendencia central, como la mediana (aquel valor por debajo del cual se encuentra el 50 % de las observaciones y por encima del cual está el otro 50 %) y la moda (el valor que más se repite o que tiene la máxima frecuencia), son consideradas 'robustas', debido a que para su cálculo se emplean una o dos observaciones (contienen poca información), lo cual puede afectar su confiabilidad; sin embargo, estas medidas poco se dejan alterar por la existencia de valores extremos.

3.2.5. Medidas de variabilidad

Con el propósito de determinar la magnitud de la dispersión del conjunto de datos analizados con respecto a las medidas de tendencia central, es necesario que estas sean complementadas con las medidas de variabilidad o de dispersión. Haciendo una analogía, esto significa que las medidas de variación actúan como "jueces" para decidir si, por ejemplo, el promedio es representativo del grupo de observaciones, con base en el que fue calculado.

La medida de variabilidad más sencilla es el **rango**, o sea la diferencia entre los valores mayor y menor de una serie de observaciones. Esta medida es útil cuando se cuenta con pocos datos, no más de cinco, y estos son de naturaleza homogénea, como por ejemplo, en aquellos provenientes de procesos de producción controlados (industrializados). Por esta razón, entre otras, el rango es muy usado en control estadístico de calidad.

Con el objeto de afianzar el concepto de variabilidad, se recomienda considerar el ejemplo de la **tabla 5**, en la que se muestra la producción de frijol en 5 parcelas en dos sitios diferentes. En ambos sitios el promedio de la producción por parcela es de 14 kg; sin embargo, ¿qué puede decir usted de este valor? ¿Considera que este promedio es representativo en ambos casos? La respuesta es: ¡No, no es representativo! En este momento la pregunta obvia es: ¿Por qué razón?

Para responder a esta pregunta, se debe observar cuidadosamente la información contenida en la citada tabla. Si se revisan los valores de la variable 'Producción' para el sitio 1, se puede concluir que el valor promedio calculado (14 kg) representa adecuadamente al conjunto de datos; pese a esto, para el sitio 2 el valor del promedio calculado está por encima de las cuatro primeras parcelas y, por lo tanto, no se considera representativo de la producción. En este último caso el promedio se afecta fuertemente por la parcela 5, que dio un valor muy alto (valor extremo).

Tabla 5. Producción de frijol (kg) en parcelas de dos sitios diferentes.

No. de parcela	Producción sitio 1	Producción sitio 2
1	10	13
2	16	8
3	12	12
4	18	13
5	14	24
Total	70	70
Promedio	14	14

Fuente: Datos ideados por los autores para fines de ilustración

Como se mencionó anteriormente, dentro de las más usadas de las medidas de dispersión está la **desviación estándar**. Esta medida se denota por la letra "S", cuando se obtiene de la muestra, o por el símbolo " σ " cuando se calcula con base en todos los componentes de la población. Es considerada una medida absoluta, porque sus unidades se expresan en valores originales de la variable analizada (kilos, \$, hijos, meses u otros).

Su fórmula de definición es:

$$S = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n - 1}}$$

Se propone seguir una serie de pasos secuenciales para utilizar adecuadamente esta fórmula, los cuales se relacionan a continuación.

- A cada uno de los datos observados de la variable se le debe restar el valor correspondiente al promedio aritmético calculado; esta diferencia debe ser elevada al cuadrado. Seguidamente, los valores elevados al cuadrado se deben sumar, teniendo la precaución de incluir todas las observaciones de la variable. Hasta este punto, se dispone de los requerimientos exigidos en el numerador de la fórmula.
- Para obtener lo expresado en el denominador de la misma fórmula, es necesario contar el número total de observaciones o datos y restarle a este número el valor absoluto "1".



- Con este nuevo componente de la fórmula, ya se puede calcular el cociente y su raíz cuadrada. El cálculo puede resultar un poco engorroso, especialmente en el cálculo de las diferencias. Sin embargo, existe una manera más fácil, la cual está dada por la siguiente fórmula de cálculo:

$$S = \sqrt{\frac{\sum X_i^2 - (\sum X_i)^2 / n}{n - 1}}$$

Al igual que en el caso anterior, para su aplicación se recomienda una serie de pasos secuenciales, los cuales son:

Con base en la información de la **tabla 4**, el primer paso es calcular la suma de cuadrados de los valores de la variable, esto es:

$$\sum X_i^2 = 3^2 + 4^2 + \dots + 4^2$$

Por lo tanto,

$$\sum X_i^2 = 106$$

- Como la suma de los datos es 24 y el número de observaciones es 6, se tiene que:

$$S = \sqrt{\frac{106 - (24)^2 / 6}{5}} = \sqrt{2.28}$$

- Finalmente, se obtiene que la desviación estándar es:

$$S = 1,41 \text{ años}$$

El valor 1,41 años expresa la variabilidad media de los datos alrededor de la media aritmética; es decir, en promedio los datos se "desvían" de la media aritmética en 1,41 años. Obviamente, mientras más grande sea este valor, mayor será la variabilidad.

En este punto, usualmente surge la pregunta de si la variabilidad es alta o baja. La respuesta depende de la naturaleza de los datos y de un conocimiento anterior que se tenga acerca de la variabilidad en el tema sobre el que se está tomando la información. Con respecto al primer aspecto, es de

esperar que exista una mayor variabilidad en datos tomados por ejemplo sobre producción (en campo), respecto de otra información colectada bajo condiciones controladas (como laboratorios, invernaderos o procesos de producción industrial).

Un conocimiento anterior sobre la variabilidad de los datos es de gran importancia, ya que esto permite comparar los resultados con aquellos obtenidos en estudios anteriores. Cuando se realizan experimentos, usualmente se conoce una medida de la variabilidad inducida por los factores no controlados (error experimental), con lo cual se puede determinar si un experimento en particular posee una variabilidad aceptable.

A veces suele ser más "fácil" para la mente entender la variabilidad de los datos expresada como porcentaje; para esto se utiliza el **coeficiente de variación**, el cual expresa la dispersión de los datos como un porcentaje de la media aritmética. Su fórmula de cálculo está dada por:

A veces suele ser más "fácil" para la mente entender la variabilidad de los datos expresada como porcentaje; para esto se utiliza el **coeficiente de variación**, el cual expresa la dispersión de los datos como un porcentaje de la media aritmética. Su fórmula de cálculo está dada por:

$$C.V. = \frac{S}{\bar{X}} \times 100$$

Volviendo al ejemplo que se está desarrollando (**tabla 4**), se tiene que:

$$C.V. = (1,41 / 4) \times 100 \\ C.V. = 35,25 \%$$

Por tanto, la variabilidad de la edad de los niños al ingresar al colegio es de 35,25 %. Este es un valor relativamente alto, y expresa la diferencia de edad entre dichos niños. Si dicho dato de dispersión se compara, por ejemplo, con el de la edad al ingreso en colegios oficiales, su valor es mucho mayor, ya que en estos últimos se exigen niños con edades muy similares para iniciar el estudio.

Así pues, le queda al lector la inquietud o la "tarea" de calcular la desviación estándar y el coeficiente de variación de los datos de la **tabla 5**, y verificar si es correcta la apreciación realizada al comparar la variabilidad de la producción de frijol en los dos sitios.



3.2.6. Otras medidas descriptivas

De acuerdo con Santa (2013), se cuenta con otras medidas descriptivas que contribuyen a realizar el análisis exploratorio de datos. Tal es el caso de las **medidas de posición o localización**, las cuales proporcionan información sobre dónde se encuentran ciertas partes de la distribución.

Estas medidas se clasifican como de tendencia central, debido a que suministran una idea de dónde se localiza el centro de la distribución (tal como es el caso de la mediana, citada anteriormente), y de posición no central, que corresponden a las medidas que ofrece un rango de valores, lo que se convierte en un complemento adecuado para una medida de tendencia central.

De estas últimas, las más utilizadas son los cuartiles. Los cuartiles dividen la distribución de los datos en cuatro partes iguales: el primer cuartil (Q_{25}), debajo del cual está el 25 % de las observaciones; el segundo (Q_{50}), que corresponde a la mediana, debajo del cual está el 50 % de las observaciones; y el tercer cuartil (Q_{75}), debajo del cual está el 75 % de las observaciones.

Existen otro tipo de medidas que tienen que ver con la forma de una distribución de datos; son empleadas para describir el grado de asimetría y apuntamiento de un conjunto de datos, como son el coeficiente de simetría y de kurtosis, pero no es tema a profundizar en este manual.

Respecto a las medidas de variabilidad, es preciso indicar que también es posible utilizar la desviación mediana y el coeficiente de variación de la mediana (CVM_e). La primera es la medida de las desviaciones absolutas de cada dato con respecto a la mediana (Me), a saber:

$$MEDA_x = Me (|X_i - Me|)$$

Por su parte, el CVM_e es la medida de variabilidad relativa de los datos, la que relaciona la desviación mediana con la mediana, esto es:

$$CVM_e = MEDA_x / |Me|$$

Otra medida de la dispersión o variabilidad de los datos es el rango intercuartílico (RI), que se obtiene de la diferencia entre el tercer y el primer cuartil:

$$RI = Q_{75} - Q_{25}$$

En contraste con la desviación estándar, el RI no usa el promedio como centro de la distribución; por esta razón a menudo es preferido en los casos en los que unos pocos valores altos, de forma errática, influyen fuertemente en el promedio.

La asimetría es una medida de la concentración de la distribución, tal como ya se presentó en el tema de distribuciones de frecuencia. La kurtosis, por su parte, es una medida del grado de apuntamiento de la distribución.

Continuando con Santa (2013), el diagrama de caja es un gráfico basado en los cuartiles. Este gráfico contiene información sobre la simetría de la distribución y permite definir la idea de dato atípico (ver primer recuadro de la **figura 7**).

El diagrama de caja considera los siguientes elementos, a partir de los cuales es posible su elaboración:

- La caja central es la región entre el primer y tercer cuartil.
- Se añade a la caja una recta horizontal para la mediana.
- Una recta vertical hacia abajo hasta el valor más pequeño mayor que $Q_{25} - 1,5RI$.
- Una recta vertical hacia arriba hasta el valor más grande menor que $Q_{75} + 1,5RI$.
- Los datos entre $Q_{25} - 1,5RI$ y $Q_{25} - 3RI$ o entre $Q_{75} + 1,5RI$ y $Q_{75} + 3RI$ se consideran datos atípicos.
- Los datos más pequeños que $Q_{25} - 3RI$ o mayores que $Q_{75} + 3RI$ se consideran datos anómalos.

Sobre estas otras medidas descriptivas y sobre su aporte para el análisis exploratorio de datos no se profundiza en este documento. Se sugiere que, para los casos como los relacionados con la transformación de los datos originales, se realice la respectiva consulta en textos que aborden específicamente esta temática.





3.3. CONSIDERACIONES SOBRE LA INFERENCIA ESTADÍSTICA

El objetivo de la estadística es hacer inferencias acerca de una población, basándose en la información contenida en una muestra. Teniendo en cuenta que las poblaciones son caracterizadas por medidas descriptivas numéricas, llamadas parámetros (media, mediana, desviación estándar, varianza y rango, entre otras), la inferencia estadística se ocupa de hacer inferencias acerca de los parámetros poblacionales (Mendenhall, 1979).

Una base para poder realizar inferencia estadística es la probabilidad. Esta es una medida de la certidumbre con la que es posible realizar la inferencia estadística. En la medida en que su valor está más cerca de 1, se tiene mayor certidumbre, y si este valor se encuentra más cerca de cero, entonces es mayor la incertidumbre (menor la certidumbre).

Dadas las limitaciones de espacio para este manual, no se trató este tema, pero es importante que el lector revise y fortalezca sus bases sobre teoría de conjuntos, así como también las definiciones básicas de probabilidad, variable aleatoria, y distribuciones de probabilidad como la binomial, Poisson, normal, chi cuadrado, F de Snedecor o t de student, entre otras.

La inferencia estadística se relaciona fundamentalmente con dos aspectos: la estimación de parámetros y las pruebas de hipótesis.

3.3.1. Estimación de parámetros

Se habla de estimación de parámetros cuando se utiliza una muestra con el objeto de conocer alguna o algunas características de la población (área de estudio). Por ejemplo, en un diagnóstico exploratorio, que utiliza solamente algunas fincas (muestra) del área de estudio (población), es posible conocer o estimar información como: área promedio de las fincas, porcentaje del área destinada a la parte agrícola, distancia promedio a los principales centros de consumo de la región y porcentaje de productores clasificados según tenencia de la tierra, entre otros aspectos.

Para representar los parámetros de la población se suelen utilizar letras griegas como μ , σ y π (media, desviación estándar y proporción), y para los estimadores, símbolos o letras latinas los tres estimadores para los anteriores parámetros se pueden representar, respectivamente, como: \bar{X} , S y p .

Un **estimador** es un estadístico, es decir una función de la muestra, que se usa para estimar un parámetro desconocido de la población. La estimación de un parámetro puede conducir a un valor específico o a un intervalo, dentro del cual se espera que, con cierta probabilidad fijada por

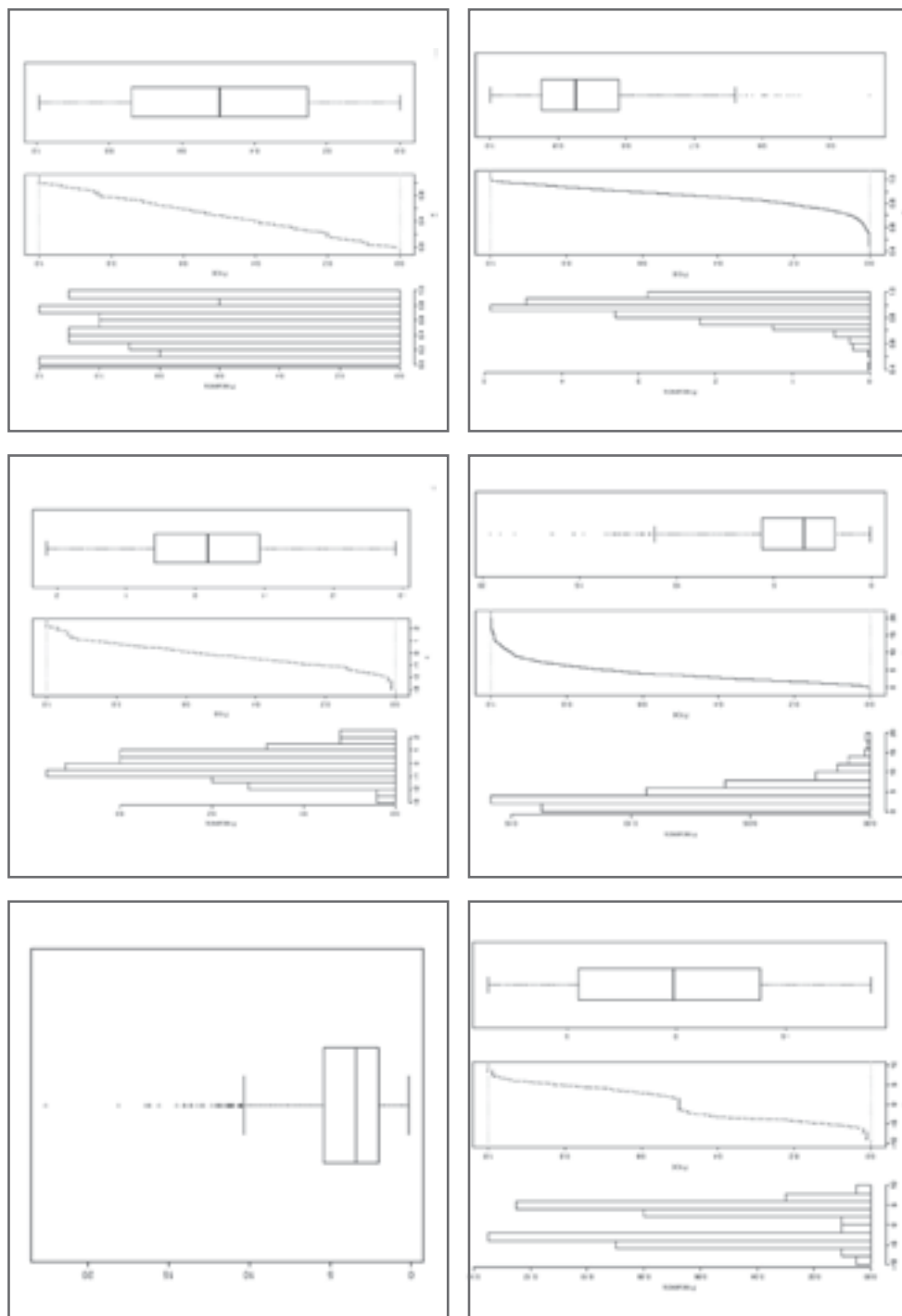


Figura 7. Diagrama de caja y gráficas diferencial e integral como apoyo para el análisis exploratorio de datos (tomado y adaptado de Fernando Santa, 2013).



el investigador (coeficiente de confianza), esté contenido el parámetro de interés. Estas estimaciones se conocen, respectivamente, como estimación puntual y estimación por intervalo.

Para cada parámetro pueden existir varios estimadores diferentes; por ejemplo, la media de la población puede ser estimada por la media muestral, la mediana o la moda, entre otros estadísticos. Usualmente se escoge el estimador que posea mejores propiedades que los demás; algunas de estas propiedades, sobre las cuales es abundante la literatura, son el insesgamiento, la eficiencia, la suficiencia y la consistencia, entre otras.

3.3.2. Pruebas de hipótesis

Una hipótesis es una afirmación sobre uno o más parámetros de la población. El procedimiento mediante el cual se la somete a verificación, con base en la información suministrada por una muestra, se denomina prueba de hipótesis.

Según Mendenhall (1979), los componentes que forman parte de cualquier prueba de hipótesis son:

- Hipótesis nula: es una declaración tentativa de que un parámetro es igual a un valor específico. A menudo en tal declaración está implícita la idea de que "no hay diferencia".
- Hipótesis alternativa: es una declaración tentativa de que el mismo parámetro de la población tiene un valor diferente del especificado. En tal declaración está implícita la idea de que "hay diferencia".
- Estadístico de prueba: es un valor determinado a partir de los datos de la muestra, que se usa para tomar la decisión de rechazar o no rechazar la hipótesis nula. Está asociado a una distribución de probabilidad determinada por la hipótesis planteada.
- Región de rechazo: es el conjunto de valores para el estadístico de prueba, el cual llevará a rechazar la hipótesis nula.

En el proceso para probar una hipótesis, el primer paso consiste en plantearla; para ello es necesario establecer la hipótesis nula y la hipótesis alternativa. La hipótesis nula se plantea de tal manera que niega cualquier diferencia entre parámetros o relación entre variables, mientras que la alternativa (hipótesis del investigador) establece lo contrario. Las hipótesis se denotan respectivamente como H_0 y H_1 .

Considere el siguiente ejemplo:

Si para un plan de manejo actual de una pira solo se desteta un 60 % de los lechones nacidos vivos, y con base en estudios previos es posible establecer que el problema es sanitario, entonces se puede sugerir un plan de manejo (mejorado) que incluya las prácticas sanitarias mínimas. A partir de lo expuesto, se pueden comparar fincas que tengan un plan de manejo actual, contra otras que funcionen bajo el plan mejorado.

La hipótesis nula establecerá entonces, que el porcentaje de destetos es igual bajo ambos planes de manejo (no hay efectos de las prácticas sanitarias); en tanto que la hipótesis alternativa establecerá que el plan mejorado tendrá mayor porcentaje de destetos que el actual.

En una prueba de hipótesis, la nula es siempre la que se somete a verificación; si esta se rechaza, se considera que la verdadera es la alternativa. Como se indicó anteriormente, la prueba de hipótesis solamente se puede realizar con algunas fincas de la región (muestra) y, por lo tanto, existe incertidumbre en las conclusiones y es factible que se cometan errores. Estos posibles errores se ilustran en la **tabla 6**.

Tabla 6. Tipo de errores en que se incurre en las pruebas de hipótesis estadísticas.



DECISIÓN	LA HIPÓTESIS ES	
	Verdadera	Falsa
Rechazar	Error Tipo I	No hay error
Aceptar	No hay error	Error Tipo II

El error que usualmente se controla es el Tipo I, y la probabilidad asociada con este error se llama **nivel de significancia** y se denota por α (máxima probabilidad de rechazar la hipótesis nula siendo verdadera); se acostumbra fijar en cantidades pequeñas 0,05 (5 %) y 0,01 (1 %). El nivel de significancia siempre se define previamente por el investigador como parte del proceso de prueba de hipótesis.

Es deseable en las pruebas o contraste de hipótesis, que las probabilidades de ambos tipos de error sean tan pequeñas como sea posible; sin embargo, con una muestra de tamaño dado, disminuir la probabilidad del error de Tipo I, α , conduce a incrementar la probabilidad del error de tipo II, β .



Una manera de hacerlo es aumentando el tamaño de la muestra, lo que generalmente afecta de manera creciente los costos de la investigación. No obstante, los estadísticos matemáticos han venido desarrollando pruebas de hipótesis “uniformemente más potentes”, las cuales ayudan con este propósito, ya que la potencia de la prueba (probabilidad de seleccionar H_1 cuando es verdadero) es $1 - \beta$.

Respecto al ejemplo citado anteriormente, si la hipótesis nula se rechazara al 5 % se concluiría que hay diferencias “significativas” entre el porcentaje de destetos de los dos planes, o que hay un efecto significativo del plan mejorado con relación al porcentaje de destetos. Si el rechazo fuera al 1 %, la palabra “significativo” suele cambiarse por “altamente significativo”.

Para representar los parámetros de la población sobre los cuales se realiza la prueba de hipótesis, se suelen utilizar las letras griegas μ , σ y π , entre otras.

En el ejemplo del plan sanitario, las hipótesis se plantean así:

$$H_o: \pi_A = \pi_M$$

$$H_1: \pi_A < \pi_M$$

Donde π_A y π_M representan, respectivamente, el porcentaje de destetos bajo el plan actual (subíndice A) y bajo el plan mejorado (subíndice M). Como se aprecia la hipótesis nula, establece que dicho porcentaje es igual en ambos planes; mientras, la alternativa determina que el porcentaje es menor en el plan actual.

Otro ejemplo que ilustra el uso de estos símbolos puede ser el relacionado con la comparación de dos grupos raciales de bovinos, Holstein (H) y Holstein X Cebú (HxC) en la producción de leche. En este caso, las hipótesis pueden ser planteadas como:

$$H_o: \mu_H = \mu_{HxC}$$

$$H_1: \mu_H > \mu_{HxC}$$

El entendimiento de los anteriores conceptos mínimos es fundamental, puesto que la mayoría de procedimientos estadísticos para análisis de información llevan implícitas pruebas de hipótesis.

SECCIÓN 4: INTRODUCCIÓN AL DISEÑO EXPERIMENTAL

4.1. INTRODUCCIÓN

Según Steel y Torrie (1988), un experimento es una búsqueda planeada para obtener nuevos conocimientos o para confrontar resultados de experimentos previos. A través de un experimento se somete el objeto de estudio (unidad experimental) a diferentes estímulos (tratamientos) seleccionados previamente, controlando algunas condiciones o factores bajo los cuales se realiza dicho experimento.

De acuerdo con Martínez (2009), todo experimento termina con un “resultado final” que no puede predecirse con seguridad sino hasta que el experimento se realiza, aunque sí se conocen todos los posibles resultados. Este tipo de experimento, el cual tiene tres propiedades fundamentales (repetición bajo las mismas condiciones, desconocimiento del “resultado final” y conocimiento de todos los posibles resultados antes de realizar el experimento), se conoce como **experimento aleatorio**.

La estadística tiene como propósito fundamental generar modelos matemáticos para este tipo de experimentos, donde el azar y la probabilidad están presentes. Con base en los modelos matemáticos, el investigador puede realizar la inferencia sobre el experimento aleatorio efectuado.

Los experimentos se dividen en tres categorías: básicos, críticos y demostrativos. En los **experimentos básicos**, también conocidos como exploratorios, se prueba un gran número de tratamientos como base para futuros trabajos de investigación; estos experimentos además son utilizados para obtener nuevos conocimientos, a partir de los cuales se desarrolla la investigación aplicada.

En los **experimentos críticos**, basados en experimentos básicos o exploratorios, se compara la respuesta de diferentes tratamientos utilizando un mayor número de repeticiones bajo condiciones controladas. Se utilizan para generar nuevos insumos, bienes o servicios, lo que permite la incorporación de tecnologías y de prácticas adecuadas en diferentes sistemas de producción. Como este tipo de experimentos se deben realizar



bajo condiciones controladas, es recomendable que se ejecuten en los centros de investigación y no en predios de productores, debido a que bajo estas condiciones (predios de productores) el seguimiento y manejo de los mismos resulta más complicado.

Los **experimentos demostrativos** están más orientados a la fase de ajuste de los tratamientos a condiciones locales y a la realización de actividades de transferencia de resultados. Buscan comparar o mostrar el comportamiento de uno o más tratamientos nuevos, contra un patrón que, generalmente, representa las prácticas locales o regionales (testigo).

Estos experimentos se desarrollan con agentes de extensión o con los mismos productores. En ellos se compara lo obtenido mediante experimentos críticos realizados en los centros de investigación, con un estándar regional de amplio uso. Este tipo de experimentos permite adecuar la tecnología generada mediante la experimentación crítica, a los sistemas de producción local.

Martínez (2009) define como objetivo fundamental de un experimento agropecuario "obtener información (datos) que resuelva un limitante tecnológico en una especie animal o vegetal, o dar solución a un interrogante ya planteado en investigaciones anteriores."

Todo experimento está conformado por tres componentes fundamentales: los tratamientos o estímulos (variables independientes), cuyo efecto sobre las variables dependientes se quiere estimar y comparar; las unidades experimentales, a las cuales se les aplican los tratamientos; y las variables dependientes u observadas sobre las unidades experimentales, como respuesta a los estímulos o tratamientos (**figura 8**).

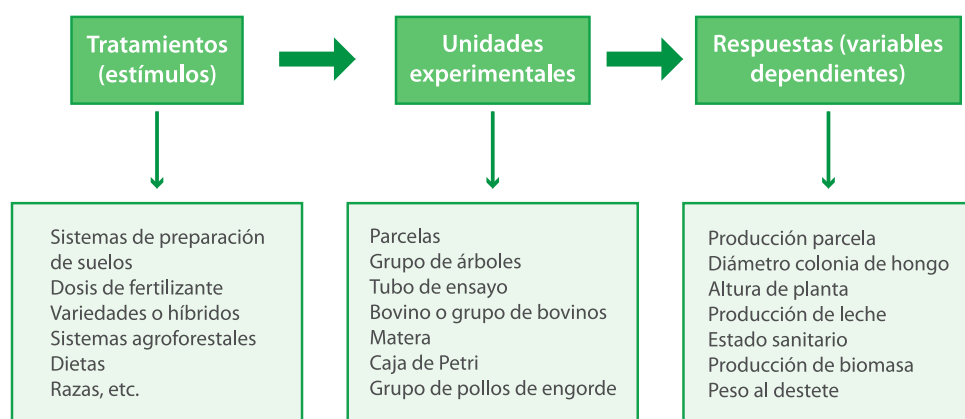


Figura 8. Componentes estructurales de un experimento.

4.2. CONCEPTOS BÁSICOS DEL DISEÑO EXPERIMENTAL

En investigación científica es común formular hipótesis para ser verificadas o rechazadas directamente. Este proceso demanda la realización de observaciones a través de un patrón bien definido, denominado **diseño experimental**, el cual requiere de una cuidadosa planeación. El diseño experimental se concibe como un medio para verificar o rechazar las hipótesis planteadas (Martínez, 1988).

Martínez y Martínez (1997) definen el diseño experimental como una prueba o serie de pruebas en donde se hacen cambios deliberados en algunas variables que pueden afectar un proceso o sistema, de tal manera que se tenga la posibilidad de observar e identificar las razones de variación en la respuesta o respuestas estudiadas; a las variables en las que se hacen cambios deliberados se les denomina factores.



Melo *et al.* (2007) plantean que diseñar un experimento es realizar una prueba o serie de pruebas para caracterizar los factores (variables explicativas) de mayor efecto en un ensayo de interés, evaluando, mediante una o más variables respuesta, de tal manera que, si se introducen voluntariamente cambios controlados en algunas variables explicativas, sea posible observar o cuantificar los cambios que estos generan en la(s) variable(s) respuesta. Se busca además, minimizar el efecto de las variables no controladas, procurando mediante esta estrategia, estabilizar y minimizar la variabilidad de las respuestas.

Kempthorne (1952), citado por Martínez (2009), plantea que para verificar hipótesis mediante experimentación se requiere de la observación, y que es mediante el diseño de experimentos que se logra realizar dicha observación. El diseño experimental permite establecer si una hipótesis puede o no ser verificada, si las observaciones que se realizan son relevantes con las hipótesis y capaces de dar las respuestas correctas a lo que se plantea.

Se entiende también por diseño experimental, la forma o procedimiento mediante la cual se asignan los tratamientos a las unidades experimentales, es decir, las restricciones que se imponen al asignar los tratamientos a las unidades experimentales.



4.2.1. Tratamientos

Martínez (2009) define **tratamientos** como los procedimientos o estímulos cuyo efecto se desea medir o comparar entre sí. Por su parte, Cochran y Cox (1957) los definen como los diferentes procesos cuyos efectos van a ser medidos y comparados; en tanto que Martínez (1988), como las modalidades que adopta un factor en estudio.

Dentro de los ejemplos de tratamientos se pueden mencionar: dietas en alimentación animal, variedades de una especie vegetal, razas de ganado vacuno, dosis de un insumo, niveles de riego, temperaturas de cocción, o combinaciones de raciones o insumos, entre otros.

La selección del grupo de tratamientos que forma parte de un experimento debe realizarse de una manera clara y precisa, sopesando cada uno con respecto a los demás con el fin de dar una respuesta eficiente a los objetivos que generaron la investigación. Se requiere, por ende, de un análisis serio y con la debida inversión en tiempo para la reflexión, la discusión y la revisión de literatura, con el fin de contar con argumentos técnicos valederos que permitan realizar una selección adecuada. De esta selección depende en gran medida el éxito de una investigación, ya que los tratamientos son las posibles soluciones a las problemáticas que conducen a la realización de los proyectos de investigación.

Los tratamientos se asignan a las **unidades experimentales**, las cuales se entienden como unidades materiales físicas o biológicas, que pueden ser una parcela de cultivo, un animal (bovino por ejemplo) o grupo de animales, una materia, una caja de Petri o un tubo de ensayo, entre otras posibles unidades (**figura 9**).

La selección de los tratamientos debe ser especialmente cuidadosa en lo relacionado con los experimentos factoriales, porque si se consideran muchos factores el experimento puede crecer tanto en tamaño como en el costo de su ejecución.

Suponga que en un ensayo sobre alimentación animal se consideran cuatro fuentes alimenticias, tres raciones, evaluado en tres cruces de razas bovinas; en consecuencia, se tienen en total $4 \times 3 \times 3$ tratamientos, o sea 36 tratamientos. Esto quiere decir que si cada uno tuviera solamente dos unidades experimentales (repeticiones), se requeriría un total de 72 animales en el experimento, lo que con seguridad es muy difícil de conseguir con la exigencia de homogeneidad que generalmente se requiere (edad, sexo, estado reproductivo, manejo, etc.).



Figura 9. Las Unidades Experimentales, son unidades materiales físicas o biológicas, que pueden ser una parcela, un animal o grupo de animales, un tubo de ensayo, etc. Fotos: Gustavo García Gómez, César Jaramillo Salazar y Jorge Argüelles Cárdenas.

Otro aspecto a tener en cuenta es el relacionado con el tipo de factores que se consideran en el modelo estadístico⁵ asociado al diseño experimental.

En el modelo de efectos fijos, los niveles o modalidades del factor son seleccionados específicamente por el experimentador, ya que el interés del experimento se centra en conocer los efectos sobre la respuesta de estos niveles particulares.

En muchas situaciones se tiene interés en un factor con un número elevado de "posibles niveles o modalidades", y para realizar el experimento es necesario seleccionar una muestra de ellos al azar; en este caso, el modelo se denomina de efectos aleatorios, y el interés radica en medir la variabilidad existente en la totalidad de los efectos de la población de niveles. Cuando se combinan los factores fijos y los aleatorios, se habla de modelos mixtos.

⁵ Por ahora, entiéndase por modelo estadístico una expresión matemática que relaciona la variable respuesta en función de variables controladas (factores), que contribuyen a explicar su comportamiento.



4.2.2. Error experimental

Una característica importante de las unidades experimentales utilizadas en investigación agropecuaria es su variabilidad. Por el hecho de ser seres vivos, son dinámicas en su expresión; esto hace que los resultados finales de un experimento posean cierto grado de incertidumbre, y es por ello que se requiere de los principios de la probabilidad para medirla (Martínez, 2009). Cochran y Cox (1952) definen la variabilidad de las unidades experimentales como “variabilidad inherente o propia del material experimental”.

La variabilidad de las unidades experimentales como producto de su naturaleza se conoce como error experimental, el cual también se define por el hecho de que las unidades experimentales no producen los mismos resultados, a pesar de ser tratadas de la misma manera y manejadas bajo las mismas condiciones experimentales.

Existe otra fuente de error experimental, además de la naturaleza propia de las unidades experimentales, y consiste en la variación inducida por la falta de uniformidad en la conducción o manejo del experimento (aplicación de insumos, acopio de datos, manejo agronómico, personal de campo, equipos de medición).

Aunque el error experimental forma parte de todo proceso de experimentación, es necesario que el investigador ejerza un control efectivo sobre los factores que lo incrementan. Este control puede lograrse, según Stell y Torrie (1985), mediante:

- El uso del diseño experimental adecuado, para atenuar el efecto de la variabilidad de las unidades experimentales.
- El uso de observaciones concomitantes, es decir, el uso de variables que pueden afectar la expresión de las unidades experimentales (covariables): pesos iniciales de los animales, número de plantas por unidad experimental o incidencia de una plaga o enfermedad. Estas variables no deberán ser consecuencia del efecto de los tratamientos.
- La elección adecuada del tamaño y la forma de las unidades experimentales. La investigación en técnica experimental de campo ha permitido establecer que el tamaño y la forma de las unidades experimentales afectan la precisión de los experimentos. Es necesario consultar literatura científica para documentarse sobre

los tamaños y formas más adecuados para la experimentación agropecuaria, ya que depende de la especie vegetal o animal objeto de investigación; igualmente, se debe tener en cuenta la experiencia de otros investigadores.

- Unidades experimentales homogéneas, en caso de que el diseño utilizado así lo requiera.
- Precisión en las cantidades de los insumos aplicados a las unidades experimentales.
- Un manejo uniforme de las unidades experimentales.
- Precisión en las mediciones de las variables.
- Toma de datos en el momento adecuado.
- Cuidado en la transcripción de los datos obtenidos como consecuencia de la medición de las variables respuesta.

4.2.3. Repeticiones

Un experimento bien realizado requiere –además de tener en cuenta las anteriores condiciones– que los tratamientos estén debidamente repetidos, es decir, deben existir varias unidades experimentales por tratamiento. Las siguientes son las funciones que cumplen las **repeticiones** (Martínez, 2009):

- Proveer un estimativo del error experimental. El error experimental es fundamental para realizar las pruebas de hipótesis sobre el efecto de los tratamientos.
- Mejorar la precisión del experimento, ya que cuando el número de repeticiones se incrementa existe más precisión para estimar las medias de los efectos de los tratamientos.
- Aumentar el alcance de la inferencia del experimento. La repetición mejora el alcance de la inferencia estadística.
- Ejercer control sobre el error experimental. Con el uso de un número adecuado de repeticiones, se logra atenuar la magnitud del error experimental y, en consecuencia, mejorar la precisión experimental.



4.2.4. Aleatorización

La asignación de los tratamientos a las unidades debe hacerse de una manera aleatoria. Según Melo et al. (2007), el proceso de aleatorización es fundamental para tener un diseño experimental válido. Este procedimiento permite que cada unidad experimental tenga una probabilidad conocida de recibir cualquier tratamiento, lo cual es una de las condiciones más importantes en el diseño de un experimento. La **aleatorización** es una condición fundamental para:

- Generar estimadores insesgados del efecto de los tratamientos.
- Que las pruebas de hipótesis tengan validez.
- Evitar la sub o sobre estimación del error experimental.

Cochran y Cox (1952) argumentan que “la aleatorización es análoga a un seguro, en el sentido de que es una precaución contra eventualidades que pueden o no ocurrir y que pueden ser o no graves si ocurren.”

4.2.5. El análisis de varianza

El análisis de varianza es una técnica estadística desarrollada por Sir Ronald Fisher, que consiste en un proceso estadístico-algebraico que particiona la suma de cuadrados total en las sumas de cuadrados relacionadas con los efectos o factores a los que se les desea estimar su variabilidad (fuentes de variación), con el propósito de realizar las pruebas de hipótesis asociadas a cada uno de ellos. El análisis de varianza descompone la variación total detectada en las unidades experimentales en cada uno de sus componentes, dependiendo del diseño experimental y de los tratamientos utilizados.

Según Kuehl (2001), el análisis de varianza resume el conocimiento acerca de la variabilidad en las observaciones del experimento. En general, el análisis de varianza descompone la variabilidad total de los datos en aquella que está relacionada con los factores controlados (bloques, tratamientos, etc.) y no controlados (error experimental).

Existe una amplia gama de diseños experimentales, cuya escogencia depende en gran medida de las características del material experimental, del número y la naturaleza de los factores, y del número de tratamientos. Dentro de los diseños más utilizados en experimentación agropecuaria se encuentran:



- Diseño completamente al azar.
- Diseño de bloques completos al azar.
- Arreglos factoriales (se aclara que estos no son diseños de experimentos propiamente dichos, sino diseños de tratamientos).
- Diseño de cuadrado latino.
- Diseño de parcelas divididas y sus variantes.
- Diseños de bloques incompletos.
- Diseños experimentales específicos para la experimentación con animales: diseños cruzados (cross over), diseños para estimar efectos residuales y sus extensiones, y diseños reversibles (switch back), entre otros.
- Diseños de experimentos en genética cuantitativa: experimentos de cruza dialélicas, diseño de Carolina del Norte.

En este manual solo se tratarán algunos de los diseños mencionados anteriormente: completamente al azar, bloques al azar, arreglos factoriales (diseño de tratamientos) y parcelas divididas. La razón de este cubrimiento temático radica en que son precisamente estos diseños los que más se relacionan con la realidad expresada en los sistemas agropecuarios tropicales.

4.2.6. Supuestos del análisis de varianza

Al aplicar cualquier método estadístico para el análisis de datos, es necesario considerar una serie de supuestos o requisitos, que para el caso del análisis de varianza son tres: independencia del error experimental, distribución normal de los errores y homogeneidad del error experimental, los cuales se resumen en la siguiente expresión (Martínez, 2009):

$$\epsilon_{ij} \sim \text{NII}(0, \sigma^2); \text{ independientes para todo } i \neq j$$

Es decir, que los ϵ_{ij} (residuales) se distribuyen independiente e idénticamente, y que la distribución muestral de cada ϵ_{ij} corresponde a una distribución normal con media 0 y varianza σ^2 ; esto es que la varianza es constante para todos los tratamientos (Martínez y Martínez, 1997).

Se recomienda no realizar un análisis estadístico sin antes verificar que los supuestos sean razonablemente satisfechos; por esto se debe realizar inicialmente un análisis exploratorio de datos (Melo et al., 2007).

Cuando estos supuestos no se cumplen, el análisis de varianza puede no tener validez y conducir a inferencias erróneas; por ejemplo, supuestos no válidos



pueden indicar diferencias no significativas entre los tratamientos, que podrían ser significativas al cumplirse los supuestos. Esto puede ocasionar que se llegue a interpretaciones falsas que ocasionan, en consecuencia, que se tomen decisiones erróneas con respecto al efecto de los tratamientos (Martínez, 2009; Kuehl, 2001).

En los párrafos siguientes se describe cada uno de los supuestos, así como las consecuencias del no cumplimiento de los mismos y sus posibles soluciones.

Con respecto a la **independencia del error experimental**, este supuesto se refiere a que los errores no están correlacionados, o sea, que las unidades experimentales de donde provienen los datos no están correlacionadas. La no independencia causa sesgo en la estimación del error experimental y afecta las pruebas de hipótesis (Martínez, 2009). Según Kuehl (2001), el mejor seguro contra esta situación es la aleatorización, al realizar la asignación de los tratamientos a las unidades experimentales.

La **distribución normal de los errores** es otra condición para que las pruebas de hipótesis realizadas con base en el análisis de varianza tengan validez. El estadístico de prueba F, que se genera del análisis de varianza, requiere que los residuales se distribuyan normalmente (Martínez, 2009).

La **homogeneidad del error** se relaciona con el hecho de que las unidades experimentales presenten la misma varianza, es decir, que las varianzas de los tratamientos sean homogéneas (homocedasticidad). Para que este supuesto se cumpla, se requiere de la aleatorización y de la homogeneidad de las unidades experimentales, dependiendo del tipo de diseño que se decida utilizar (Martínez, 2009).

De acuerdo con Kuehl (2001), las condiciones ideales de cumplimiento de los supuestos rara vez se observan en situaciones reales. Bajas discrepancias de los datos con respecto a la independencia, distribución normal y varianzas homogéneas, no ocasionan generalmente modificaciones importantes en la eficiencia de las estimaciones y en los niveles de significancia de las pruebas. Discrepancias mayores de los supuestos, sobre todo, una heterogeneidad excesiva de la varianza o una heterogeneidad de las varianzas bajo condiciones de un número desigual de repeticiones, posiblemente afectará de manera importante las inferencias estadísticas. En los libros citados en la bibliografía, el lector interesado puede consultar las diferentes metodologías para realizar la evaluación de estos supuestos. Existe una serie de transformaciones para solucionar los problemas relacionados con el no cumplimiento de los supuestos requeridos por el

análisis de varianza. Melo *et al.* (2007) definen transformación como un “cambio de métrica de la variable original, por una medida en otra escala”. El propósito principal de una transformación es lograr que mediante una nueva métrica, los supuestos requeridos por el análisis se satisfagan.

Las transformaciones más comunes son la raíz cuadrada, la logarítmica y la angular o transformación arco-seno. La **transformación raíz cuadrada** (raíz cuadrada de los datos) se utiliza cuando los datos están expresados en números enteros pequeños; por ejemplo, número de lesiones por hoja, número de insectos por planta, número de arvenses por parcela, número de insectos parásitos en un bovino, etc. Este tipo de variables se ajustan generalmente a una distribución de Poisson, donde la media y la varianza son iguales. La transformación se realiza a cada dato u observación antes de realizar el análisis de varianza.

A las variables expresadas en porcentajes basados en recuentos y un denominador común, con intervalos entre 0 % y 20 % u 80 % a 100 % (pero no de ambos), se les puede también aplicar esta transformación. Los porcentajes expresados entre el rango de 20 % y 80 % deberán restarse de 100, antes de realizar esta transformación. Cuando los valores para este tipo de variables son pequeños (entre 0 y 15), se recomienda sumarles el valor de 1 o 0,5 antes de aplicar la respectiva transformación. Este tipo de transformación es útil para que la distribución de los residuales se aproxime a la normal y para homogeneizar las varianzas de los tratamientos (Steel y Torrie, 1985; Martínez, 2009).

Cuando las varianzas son proporcionales a los cuadrados de las medias de los tratamientos o las desviaciones estándar proporcionales a las medias, la **transformación logarítmica** es útil para equilibrar las varianzas. Se puede usar cualquier base del logaritmo, aunque la base 10 es la más cómoda de manejar. Esta transformación se usa con enteros positivos provenientes de conteos, para los cuales el rango de variación es amplio. Cuando existen valores menores que 10, es aconsejable realizar una transformación basada en la raíz cuadrada para valores pequeños y en logaritmo para valores grandes. Al sumar el valor de 1 a los datos antes de realizar la transformación se puede lograr el efecto deseado.

La **transformación angular o arcoseno** (arcoseno de \sqrt{x} , , o $\text{seno}^{-1}\sqrt{x}$) se aplica a datos de tipo binomial expresados en porcentaje o fracciones decimales sin denominador común; se recomienda cuando estos datos cubren un amplio rango de valores. Ejemplos de variables susceptibles de este tipo de transformación son las siguientes: porcentaje de plantas atacadas por un insecto en una parcela, porcentaje de parásitos afectados por un antiparasitario



en un bovino, porcentaje de germinación. La transformación se realiza sobre las fracciones decimales (si la variable está expresada en porcentaje se debe dividir por 100). Existen tablas que expresan la transformación arco-seno basadas directamente en porcentajes⁶.

4.3. DISEÑO COMPLETAMENTE AL AZAR (DCA)

Es el diseño experimental más sencillo que existe; no ejerce ningún control sobre el error experimental y requiere que los tratamientos sean evaluados sobre unidades experimentales homogéneas, es decir, que su variabilidad antes de iniciar el experimento sea mínima. Esta característica se constituye en la principal condición para utilizar este tipo de diseño.

Por otra parte, la condición de homogeneidad de las unidades experimentales permite flexibilidad, en el sentido que los tratamientos puedan ser evaluados con un número de repeticiones diferente. El número de tratamientos y repeticiones solo está restringido por el total de unidades experimentales disponibles en el experimento.

Este tipo de experimentos es muy utilizado bajo condiciones de laboratorio, donde se puede garantizar que las unidades experimentales sean homogéneas, aunque también puede utilizarse bajo condiciones de invernadero, siempre y cuando se cumpla la condición de homogeneidad.

La asignación de los tratamientos a las unidades experimentales se realiza de una manera totalmente aleatoria, sin ninguna restricción, es decir, cada unidad experimental tiene la misma probabilidad de recibir cualquier tratamiento.

4.3.1. Ventajas y desventajas

De acuerdo con Cochran y Cox (1952) y Calzada (1970), citados por Martínez (2009), las principales ventajas y desventajas de este diseño son:

- Existe flexibilidad en cuanto al número de tratamientos y repeticiones, que solo se limita al número de unidades experimentales disponibles. El número de repeticiones puede ser diferente de un tratamiento a otro, pero esta situación no es recomendable sin una buena justificación.
- Es el diseño experimental más sencillo que existe y, en consecuencia, su análisis estadístico también es fácil de realizar, aunque los tratamientos no tengan el mismo número de repeticiones.

⁶ Tabla A.10, Bioestadística. Principios y procedimientos. Steel y Torrie. 1985.

- El análisis estadístico no presenta dificultad, aunque se hayan presentado pérdidas de unidades experimentales. La pérdida relativa de información debida a descarte de unidades experimentales es de menor importancia, comparada con otros diseños.
- La principal **desventaja** de este tipo de diseño es que debido a que la aleatorización se realiza sin ninguna restricción, cuando no existe homogeneidad en las unidades experimentales toda la variación existente entre ellas formará parte del error experimental.

4.3.2. Modelo estadístico

El modelo estadístico⁷ del diseño completamente al azar es:

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + e_{ij}$$

Donde,

$j = 1, 2, \dots, t$ (t indica el número de tratamientos).

$i = 1, 2, \dots, r_j$ (con r_j como el número de repeticiones en el tratamiento j-ésimo).

y_{ij} : Variable aleatoria observada en la i-ésima repetición del j-ésimo tratamiento.

μ : Media general.

τ_j : Efecto del j-ésimo tratamiento.

e_{ij} : Efecto del error experimental que se asume normalmente e independientemente distribuido con media cero y varianza σ^2 .

Este modelo requiere de la utilización de los métodos estadísticos para estimar los parámetros μ , τ_j y σ^2 , y para probar la hipótesis con respecto al efecto de los tratamientos. El método de mínimos cuadrados permite estimar el efecto de los parámetros y la tabla de análisis de varianza facilita realizar las pruebas de hipótesis.

⁷ Para entender el concepto de modelo lineal, considere que una población estudiantil tiene como promedio de edad 12 años ($\mu = 12$ años); cualquier observación Y_i de la población puede expresarse como el promedio, más o menos una cantidad dada. Por ejemplo, asumiendo que las observaciones 3 y 20 tienen edades de 8 y 14 años, estas pueden expresarse respectivamente como:

$$Y_3 = 12 - 4 \text{ y } Y_{20} = 12 + 2$$

Por tanto, las variaciones o "errores" alrededor del promedio son, respectivamente, $e_3 = -4$ y $e_{20} = 2$. De manera general, el modelo lineal en este caso puede representarse como: $Y_i = \mu + e_i$, donde μ representa el promedio poblacional y e_i el error experimental (variaciones aleatorias alrededor del promedio).



Las hipótesis estadísticas planteadas son las siguientes:

$$H_0: \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_t$$

versus

$$H_1: \tau_j \neq \tau_j \text{ para algún } j \neq j'$$

4.3.3. Análisis de varianza

Las hipótesis de esta naturaleza, es decir, aquellas que involucran dos o más poblaciones, pueden probarse mediante el **análisis de varianza (ANAVA)**. El concepto de esta herramienta puede ilustrarse considerando, por ejemplo, que un grupo de conejos (cuyos pesos se representan como "x" en la **figura 10**), similares en peso, edad y raza, entre otras características, va a ser sometido a dos dietas diferentes (tratamientos: D1 y D2), las cuales se compararán con base en el peso al sacrificio. Teniendo en cuenta su homogeneidad, los conejos se asignan al azar en dos grupos, y cada uno de ellos recibirá una de las dos dietas.

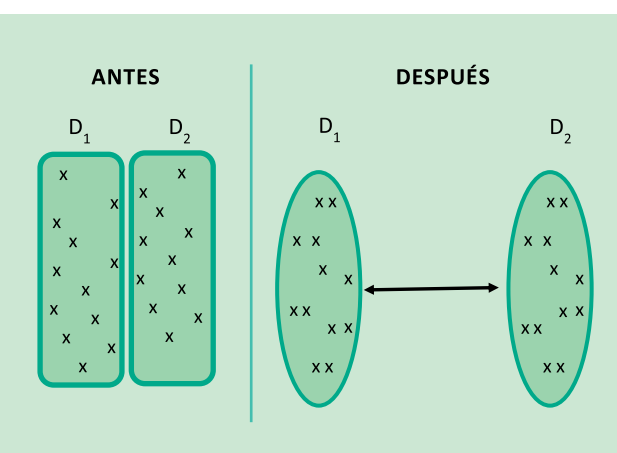


Figura 10. Ilustración del concepto del ANAVA, bajo el supuesto de que hay efecto estadístico de las dietas.

Como se ilustra en la **figura 10**, antes de la aplicación de las dietas las unidades experimentales (conejos) son tan homogéneas que los dos grupos parecen ser uno solo (considerando el peso inicial de los animales). Sin embargo, después de aplicar las dietas, y si efectivamente produjeron aumentos de peso diferentes (es decir que las dietas producen efecto diferente en el peso al sacrificio), los dos grupos comienzan a "alejarse" o diferenciarse respecto del peso al sacrificio, tal como se ilustra en la citada figura.

El análisis de varianza permite separar la **variación total** de los datos analizados (en este caso el peso final de los conejos), en la variación entre tratamientos, más la variación dentro de tratamientos. Esto es,

$$\text{Variación total} = \text{Variación entre tratamientos} + \text{Variación dentro de tratamientos}$$

La hipótesis nula, es decir la que establece que "no hay diferencia entre tratamientos", se rechaza cuando la variación entre tratamientos es grande respecto a la variación dentro de los mismos. Usualmente se utiliza el estadístico "**F**" como criterio para tomar la decisión.

El valor de "**F**", es decir, el valor del estadístico de prueba utilizado para evaluar la hipótesis nula, se obtiene de esta forma:

$$F = \frac{Var_{entre}}{Var_{dentro}} \quad \text{Un valor alto de "F" lleva al rechazo de } H_0$$

Los componentes estructurales de una tabla de análisis de varianza (ANAVA) son: fuentes de variación (F.V.), grados de libertad (G.L.), sumas de cuadrados (S.C.), cuadrados medios o varianzas (C.M.) y el valor de F (F de las tablas). En la **tabla 7** se plantea la tabla general de análisis de varianza, correspondiente al modelo estadístico del diseño completamente al azar.

Tabla 7. Tabla de ANAVA diseño completamente al azar.

F.V.	G.L.	S.C.	C.M.	F
Tratamientos	$t-1$	$\sum y_j^2 / r_j - FC$	$SCTr / (t-1)$	$CMTr / CME$
Error	$\sum r_j - t$	Diferencia	$SCE / (\sum r_j - t)$	
Total	$\sum r_j - 1$	$\sum_i \sum_j y_{ij}^2 - FC$		

A continuación se presenta el significado de los símbolos y algunas fórmulas usadas en la **tabla 7** (en el **Anexo 1** se amplía el concepto de sumatoria visto en el numeral 3.2.4, al de doble y triple sumatoria, ilustrándolo mediante ejemplos):

$$FC = (\sum_i \sum_j y_{ij})^2 / \sum_j r_j \text{ factor de corrección.}$$

$$SCTr = \text{Suma de cuadrados de los tratamientos.}$$

$$SCE = \text{Suma de cuadrados del error.}$$

$$y_j = \text{Total del } i\text{-ésimo tratamiento.}$$

$$y_{ij} = \text{Valor de la variable aleatoria en cada una de las unidades experimentales (tratamiento } j\text{-ésimo de la repetición } i\text{-ésima).}$$

$$r_j = \text{Número de repeticiones del } j\text{-ésimo tratamiento.}$$



4.3.4. Ejemplo para la ilustración del diseño

Enseguida se ilustra el procedimiento de análisis de los datos procedentes de un diseño completamente al azar, en el cual se evaluaron cuatro tratamientos (dosis de fertilizante) sobre la altura, a los 20 días de una especie vegetal (cm).

La asignación de los tratamientos a las unidades experimentales se ilustra en la **figura 11**.

Como se aprecia en la **figura 11**, cada uno de los tratamientos (dosis de fertilizante en gramos) tuvo cuatro repeticiones. Los tratamientos fueron: tratamiento 1, sin fertilizante; tratamiento 2, 10 g; tratamiento 3, 20 g; tratamiento 4, 30 g.

En la **tabla 8** se presentan los resultados organizados, con el objeto de facilitar los cálculos y la prueba de hipótesis.

10	1	25	3	12	1	15	2
28	4	18	2	30	3	27	4
17	2	27	4	11	1	28	3
12	1	27	3	29	4	18	2

* La cifra centrada corresponde a la altura de la planta por parcela y el número en la parte superior derecha al tratamiento.

Figura 11. Esquema de la ubicación de las unidades experimentales en el invernadero y altura de las plantas a los 20 días (cm).

Tabla 8. Datos de altura de la planta (cm) para cada unidad experimental, organizados para su análisis.

Repetición	Tratamiento			
	1	2	3	4
1	10	15	25	28
2	12	18	30	27
3	11	17	28	27
4	12	18	27	29
Total	45	68	110	111
Promedio	11,25	17,00	27,50	27,75

Los cálculos que a continuación se presentan se basan en los datos de la **tabla 8**.

Suma de todos los datos:

$$\sum \sum y_{ij} = 10 + 15 + 25 + \dots + 29 = 334$$

Factor de corrección:

$$FC = (\sum \sum Y_{ij})^2 / \sum r_j \text{ por tanto, } FC = \frac{(334)^2}{16} = 6.972,25$$

$$\begin{aligned} \sum \sum Y_{ij}^2 &= 10^2 + 12^2 + 11^2 + 12^2 + 15^2 + 18^2 + 17^2 + 18^2 + 25^2 + 30^2 + 28^2 + \\ & 27^2 + 28^2 + 27^2 + 27^2 + 29^2 \\ &= 7.792 \text{ (suma de cuadrados de las observaciones).} \end{aligned}$$

$$SC_{Total} = \sum Y_{ij}^2 - FC$$

$$SC_{Total} = 7.792 - 6.972,25 = 819,75$$

$$SCTr = \sum y_j^2 / r_j - FC$$

$$SCTr = 45^2/4 + 68^2/4 + 110^2/4 + 111^2/4 - 6.972,25 = 795,25$$

$$SCE = 819,75 - 795,25 = 24,5$$

Estos resultados se organizan en la tabla de ANAVA, la cual facilita algunos cálculos e ilustra de manera general los resultados obtenidos. En la **tabla 9** se presenta el ANAVA del ejemplo propuesto.

Las hipótesis son:

$$H_0: \tau_0 = \tau_{10} = \tau_{20} = \tau_{30}$$

versus

H_1 : Al menos un par de dosis produce efectos diferentes sobre la altura de la planta.

Esto es equivalente a decir que la hipótesis nula establece que no hay diferencia en la altura promedio de las plantas entre las cuatro dosis de fertilizante, versus la hipótesis alternativa, que expresa que al menos entre dos de las dosis se obtuvieron alturas promedio estadísticamente diferentes.

El estadístico F para la prueba está dado por:

$$F = \frac{CMT_r}{CME}$$



Tabla 9. Análisis de varianza de los datos de altura de plantas.

FUENTE DE VARIACIÓN (F de V)	GRADOS DE LIBERTAD (G.L.)	SUMA DE CUADRADOS (S.C.)	CUADRADOS MEDIOS (C.M.)	VALOR F
Dosis	3	795,25	265,08	129,8**
Error	12	24,50	2,04	
TOTAL	15	819,75		

C.V. = 6,8 %

**Diferencias estadísticas significativas ($\alpha = 0,01$)

Por lo tanto, el valor de F calculado es $F_c = 129,8$ (última columna de tabla de ANAVA).

Este valor se compara con el dado por las tablas F, obtenido de la distribución F de Snedecor, para lo que se tienen en cuenta los grados de libertad del numerador (dosis de fertilizante) y del denominador (error), los cuales son respectivamente 3 y 12. Los valores F de las tablas para los niveles de significancia del 5 % y del 1 % son⁸:

$$F_t(3, 12) = \begin{cases} 3.49 & \alpha = 5\% \\ 5.95 & \alpha = 1\% \end{cases}$$

Estos valores también pueden ser obtenidos mediante la función inversa de la distribución F de Excel, así: DISTR.F.INV (0,05; 3; 12) y DISTR.F.INV (0,01; 3; 12), respectivamente.

La regla de decisión de la prueba establece que si $F_c > F_t$, se rechaza la hipótesis nula (H_0); por lo tanto, en este caso H_0 se rechaza tanto al 5 % como al 1 % de significancia (la conclusión siempre se da con el menor valor de α). Con base en lo expuesto, se concluye que hay diferencias significativas ($\alpha = 0,01$) entre los tratamientos para la altura de la planta, es decir, entre las dosis de fertilización.

La prueba F solo establece que hay diferencias entre las dosis, pero no permite establecer entre cuáles de ellas; se hace necesario entonces realizar pruebas complementarias, como las de comparación múltiple de medias,

⁸ http://www.uclm.es/profesorado/vrlopez/tablas_esta.pdf. En la página 6 del documento bajado de la dirección precedente se ubican en la primera fila los G.L. del numerador ($n_1=3$), y en la primera columna los G.L. del denominador ($n_2=12$); en el cruce de esta fila y de esta columna, aparecen dos datos: el de arriba corresponde al nivel de significancia de 0,05 y el de abajo al de 0,01, obteniendo los valores de F, 3,49 y 5,95 respectivamente.

con el objeto de establecer entre cuáles medias hay diferencias. Como en este caso el factor dosis de fertilización es cuantitativo, se recomienda utilizar análisis de regresión, ya que este permite generar un modelo de la relación entre la altura inicial de las plántulas y la dosis de fertilizante.

Un estadístico importante que se puede estimar adicionalmente es el coeficiente de variación, el cual se calcula como:

$$C.V. = \frac{\sqrt{CM_{error}}}{\bar{X}} \times 100$$

Este coeficiente es un indicativo de qué tan bien ejecutado fue el experimento, o si se presentó falta de uniformidad en el manejo de las unidades experimentales durante su realización. Lo ideal es que este valor sea similar o más bajo a lo reportado en la literatura o al obtenido en experimentos similares realizados anteriormente.

Para calcular este valor para el presente ejemplo, primero se obtiene el promedio general a partir de las medias de tratamientos de la Tabla 9. De este modo:

$$\bar{X} = \frac{11,25 + 17,00 + 27,50 + 27,75}{4} = 20,87$$

Entonces, el coeficiente de variación es:

$$C.V. = \frac{\sqrt{2,04}}{20,87} \times 100 = 6,8\%$$

El valor de 6,8 % corresponde a un valor bajo del C.V., lo que indica que existe una buena precisión del experimento, como consecuencia de un manejo adecuado del mismo (diseño experimental apropiado, homogeneidad de las unidades experimentales, rigor en la toma y transcripción de datos), aunque para concluir con mayor criterio, este valor debe confrontarse con el obtenido en experiencias previas.





4.4. DISEÑO DE BLOQUES COMPLETOS AL AZAR (DBCA)

El diseño de bloques completos al azar (DBCA) es de gran utilidad, principalmente en experimentación de campo, cuando no es posible asegurar suficiente homogeneidad en las unidades experimentales. El concepto de bloques fue introducido por Fisher en 1925, quien observó que los campos experimentales en agricultura presentaban heterogeneidad en la fertilidad del suelo, lo que no facilitaba la asignación de los tratamientos de un lugar a otro (**figura 12**).

Se sabe que en condiciones de campo las unidades experimentales contiguas responden de manera similar a la asignación de un tratamiento, mientras que en unidades experimentales distantes la respuesta a un mismo tratamiento puede diferir significativamente. El bloque o bloqueamiento permite la partición de la variabilidad existente en el campo experimental, después de la asignación de los tratamientos, en los siguientes componentes (Melo *et al.*, 2007):

- Variación entre tratamientos, es decir, diferencias entre tratamientos.
- Variación dentro de bloques.
- Variación entre bloques.



Figura 12. El diseño de Bloques al azar es de gran utilidad en experimentación de campo, cuando no es posible asegurar suficiente homogeneidad en las unidades experimentales. Foto de Cesar A. Jaramillo S.

El DBCA se caracteriza porque todos los tratamientos aparecen solo una vez en cada uno de los bloques (o repeticiones); requiere que los tratamientos se asignen de manera aleatoria a las unidades experimentales independientemente en cada bloque.

En experimentación agrícola, los bloques se ubican perpendicularmente al gradiente de fertilidad o a cualquier otro gradiente detectado en campo (pendiente o humedad, entre otros), en tanto que las unidades experimentales dentro de cada bloque deben disponerse paralelamente respecto al gradiente. En experimentación pecuaria, el bloqueamiento se realiza con base en el peso inicial de los animales, en relaciones de parentesco (camadas) y en tipos raza, principalmente (Martínez, 1988).



En consecuencia, el DBCA tiene una gran ventaja sobre el DCA, ya que se puede controlar la variación cuando las unidades no son homogéneas. Esta última característica hace que sea uno de los diseños más utilizados.

Los bloques pueden estar constituidos por áreas compactas de un campo, grupos de animales que pueden manipularse de manera uniforme, o diferentes tiempos de aplicación de tratamientos a unidades experimentales, entre otros. Los bloques se conforman agrupando las unidades experimentales de tal manera que la variación dentro de bloques sea mínima y entre bloques sea máxima.

En el esquema de la **figura 13** se ilustra una posible aleatorización considerando cuatro tratamientos y tres bloques. Como se aprecia en la citada figura, la aleatorización de los tratamientos se hace al azar, independientemente, dentro de cada bloque.

Bloque 1	Bloque 2	Bloque 3
T2	T1	T4
T1	T3	T2
T3	T4	T1
T4	T2	T3

Figura 13. Esquema de aleatorización para un DBCA con cuatro tratamientos.



4.4.1. Ventajas y desventajas

De acuerdo con Cochran y Cox (1952), y Steel y Torrie (1985), las principales ventajas de este diseño son:

- Este diseño es más eficiente que el DCA, debido a que existe una fuente más de variación constituida por los bloques, siempre y cuando existan diferencias reales entre estos.
- Los valores de las unidades experimentales perdidas por cualquier factor ajeno al experimento, pueden ser estimados mediante covarianza o utilizando una metodología propuesta por Yates.
- Existe ortogonalidad entre bloques y tratamientos, debido a que cada tratamiento aparece una vez en cada bloque, y a que cada uno de los bloques contiene todos los tratamientos. Por lo anterior, el análisis estadístico es sencillo de ejecutar, aún con pérdida de unidades experimentales.

Las desventajas, planteadas por los mismos autores, son:

- Cuando el número de tratamientos es elevado, este diseño se vuelve inapropiado, puesto que al aumentar el tamaño de los bloques aumenta en consecuencia la variabilidad dentro de los bloques y, por ende, la magnitud del error experimental.
- Cuando existe una alta variabilidad en las unidades experimentales, y además se está evaluando un número elevado de tratamientos, el DBCA es inapropiado. Existen alternativas para esta situación, como el empleo de diseños de bloques incompletos.
- Este diseño se vuelve ineficiente cuando no existe una variabilidad real entre bloques; por lo tanto, no se obtiene ganancia mediante el uso de este diseño, comparado con el DCA.

4.4.2. Modelo estadístico

El modelo estadístico correspondiente al diseño en bloques completos al azar está dado por:

$$Y_{ij} = \mu + \beta_i + \tau_j + e_{ij}$$

Donde,

- $i = 1, 2, \dots, r$ Con r como el número de repeticiones o bloques
 $j = 1, 2, \dots, t$ Con t como el número de tratamientos.
 Y_{ij} : Variable aleatoria observada.
 μ : Media general.
 β_i : Efecto del i -ésimo bloque.
 τ_j : Efecto del j -ésimo tratamiento.
 e_{ij} : Efecto del error experimental $\sim N(0, \sigma^2)$ independiente

La principal hipótesis de interés es con respecto al efecto de los tratamientos:

$$H_0: \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_t$$

versus

$$H_1: \tau_j \neq \tau_{j'} \text{ para algún } j \neq j'$$

También se puede probar la hipótesis con respecto al efecto de los bloques:

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_r$$

versus

$$H_1: \beta_j \neq \beta_{j'} \text{ para algún } j \neq j'$$

4.4.3. Análisis de varianza

La tabla de análisis de varianza del DBCA posee una fuente más de variación con respecto al DCA, correspondiente al efecto bloques o repeticiones (**tabla 10**).

Tabla 10. Tabla de ANAVA diseño de bloques completos al azar.

F.V.	G.L.	S.C.*	C.M.	F
Bloques	$r-1$	$\sum_i y_i^2/t - FC$	$SCB/(r-1)$	CMB/CME
Tratamientos	$t-1$	$\sum_j y_j^2/r - FC$	$SCTr/(t-1)$	$CMTTr/CME$
Error	$(r-1)*(t-1)$	Diferencia	$SCE/(r-1)*(t-1)$	
Total	$rt-1$	$\sum_i \sum_j y_{ij}^2 - FC$		



4.4.4. Ejemplo para la ilustración del diseño

Los datos corresponden a un experimento realizado con el propósito de establecer el efecto de seis arreglos agroforestales sobre el aporte de biomasa al suelo (t/ha/año). El diseño correspondió a un diseño de bloques completos al azar, con seis (6) tratamientos (arreglos) y tres (3) repeticiones o bloques.

En la **figura 14** se presenta el esquema del experimento con la ubicación de los tratamientos (arreglos), los cuales se sortearon independientemente en cada uno de los bloques (filas); los bloques se definieron con base en la pendiente del terreno.

Bloque 1	20,1 ²	32,1 ⁵	19,4 ⁶	30,0 ³	28,5 ¹	15,2 ⁴
Bloque 2	33,2 ¹	23,2 ⁶	24,1 ²	23,3 ⁴	36,5 ³	37,9 ⁵
Bloque 3	27,2 ²	42,3 ⁵	40,1 ³	29,7 ⁶	36,1 ¹	26,5 ⁴

La cifra centrada corresponde al aporte de biomasa al suelo, y el número en la parte superior derecha al tratamiento (arreglo agroforestal).

Figura 14. Esquema de la ubicación de los arreglos en cada uno de los bloques y aporte de biomasa al suelo (t/ha/año).

En la **tabla 11** se presentan los resultados organizados, con el objeto de facilitar los cálculos y las pruebas de hipótesis.

Tabla 11. Datos sobre el aporte de biomasa al suelo (t/ha/año), organizados para su análisis.

BLOQUE	TRATAMIENTOS						TOTAL
	1	2	3	4	5	6	
1	28,5	20,1	30,0	15,2	32,1	19,4	145,3
2	33,2	24,1	36,5	23,3	37,9	23,2	178,2
3	36,1	27,2	40,1	26,5	42,3	29,7	201,9
TOTAL	97,8	71,4	106,6	65,0	112,3	72,3	525,4
Media	32,6	23,8	35,5	21,7	37,4	24,1	

A continuación se presentan los cálculos con base en los datos de la **tabla 11**:

$$\sum_i \sum_j y_{ij} = 28,5 + 20,1 + 30,0 + \dots + 29,7 = 525,40$$

(Suma de los valores de todas las unidades experimentales)

$$FC = (\sum_i \sum_j y_{ij})^2 / rt = \frac{(525,4)^2}{18} = 15.335,84$$

$$\sum_i \sum_j y_{ij}^2 = 28,5^2 + 20,1^2 + 30,0^2 + 15,2^2 + \dots + 29,7^2 = 16.311,60$$

(Suma de los cuadrados de las observaciones)

$$SC_{Total} = \sum_i \sum_j y_{ij}^2 - FC$$

$$SC_{Total} = 16.311,6 - 15.335,84 = 975,76$$

$$SCB = \sum_i y_i^2 / t - FC$$

$$SCB = (145,3^2 + 178,2^2 + 201,9^2) / 6 - 15.335,84 = 269,31$$

$$SCTr = \sum_j y_j^2 / r - FC$$

$$SCTr = (97,8^2 + 71,4^2 + 106,6^2 + 65,0^2 + 112,3^2 + 72,3^2) / 3 - 15.335,84 = 694,14$$

$$SCE = 975,76 - 269,31 - 694,14 = 12,31$$

Las hipótesis son:

$$H_0: \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4 = \tau_5 = \tau_6$$

versus

H_1 : Al menos un par de tratamientos produce efectos diferentes sobre el aporte de biomasa.

Los resultados del ANAVA se relacionan en la **tabla 12**. Al comparar los valores de F calculados (F_c), tanto para tratamientos como para bloques, con el valor de F teórico⁹, se concluye que existen diferencias estadísticas significativas ($\alpha = 0,01$) entre los arreglos agroforestales ($F_t(2,10) = 7,56$; es menor que 109,39) y entre los bloques ($F_t(5,10) = 5,64$; es menor que 112,78), con respecto a su aporte de biomasa al suelo. El valor del coeficiente de variación (3,8 %) da evidencia de la alta precisión del experimento.

⁹ http://www.uclm.es/profesorado/vrlopez/tablas_esta.pdf. En la página 5 de este documento en la fila para 10 G.L. del denominador, y en las columnas correspondientes a 2 y 5 G.L. del numerador, se obtienen los valores 7,56 y 5,64 respectivamente, para un nivel de significancia de 0,01.



Tabla 12. Análisis de varianza de los datos de aporte de biomasa.

F.V.	G.L.	S.C.	C.M.	F
Bloques	2	269,31	134,66	109,39 **
Tratamientos (arreglos)	5	694,14	138,83	112,78 **
Error	10	12,31	1,23	
TOTAL	17	975,76		

C.V. (%) = 3,8 %

** Diferencias estadísticas significativas ($\alpha = 0,01$)

Al comparar al "ojo" las medias de tratamientos (tabla 12), se espera que al menos haya diferencias estadísticas entre los tratamientos 3 y 5 respecto de los tratamientos 2 y 4, dado que corresponden a los valores más altos y más bajos, respectivamente. A continuación se presenta la forma apropiada para comparar las medias de tratamientos.

4.5. COMPARACIÓN DE MEDIAS DE TRATAMIENTOS

La comparación de medias de tratamientos se realiza básicamente en las siguientes situaciones:

- Para complementar los resultados del ANAVA cuando se rechaza H_0 .
- Cuando se considera la realización de comparaciones planeadas, así no se haya rechazado la hipótesis nula, mediante los resultados del ANAVA; esto es, independientemente de lo obtenido en la prueba F del ANAVA.

El primer caso se denomina comparaciones no planeadas, y generalmente son sugeridas por el análisis de los datos, es decir, por el ANAVA, cuando se encuentran diferencias para los factores comparados. Por ejemplo, si la siguiente hipótesis nula sobre la igualdad de tres promedios de tratamientos

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$$

es rechazada, es deseable determinar entre qué promedios existen diferencias estadísticas. Por tanto, las siguientes comparaciones de medias (hipótesis) son posibles:

$$a) H_0: \mu_1 = \mu_2 \text{ versus } H_1: \mu_1 \neq \mu_2$$

$$b) H_0: \mu_1 = \mu_3 \text{ versus } H_1: \mu_1 \neq \mu_3$$

$$c) H_0: \mu_2 = \mu_3 \text{ versus } H_1: \mu_2 \neq \mu_3$$

A diferencia de las anteriores, las **comparaciones planeadas** no son sugeridas por los datos, y se deben definir desde el mismo momento de la planeación del experimento. En este caso, generalmente el arreglo de tratamientos se da con base en dos o más factores, y la comparación involucra subconjuntos de medias de tratamientos.

4.5.1. Comparaciones no planeadas

Hay múltiples pruebas para comparaciones no planeadas de medias de tratamientos. Algunas son denominadas "liberales", ya que permiten encontrar mayor número de comparaciones significativas (es decir, que se rechaza la hipótesis nula); otras son llamadas "conservadoras", por lo contrario. Dentro de estas últimas se encuentra la Prueba de Tukey, mediante la cual se va ilustrar el procedimiento, debido a su sencillez.

Generalmente, la hipótesis nula que se somete a prueba es la de igualdad de pares de medias de tratamientos, lo que equivale a decir que no hay diferencias entre el efecto de los pares de tratamientos comparados. El número total de comparaciones no planeadas está dado por $t \times (t-1)/2$, donde "t" es el número de tratamientos.

Por ejemplo, si son tres tratamientos ($t=3$) el número total de comparaciones es $3 \times 2/2$, lo que da tres (3), tal como se ilustró en el recuadro anterior. De acuerdo con la prueba de Tukey, la hipótesis $H_0: \mu_i = \mu_j$ se rechaza si:

$$|\bar{Y}_i - \bar{Y}_j| > W$$

$$\text{Donde, } W = qS_{\bar{y}}$$

El valor de q se obtiene de la tabla de rangos estudiantizados de Tukey, para el número de tratamientos comparados (t), los G.L. del error y el nivel de significancia definido (α).

El valor del error estándar de la diferencia de medias ($S_{\bar{y}}$) se calcula como:

$$S_{\bar{y}} = \sqrt{\frac{CM_{Error}}{r}}$$

Se ilustra la prueba de Tukey con los datos procedentes de un DCA con tres repeticiones, en donde se evaluaron cuatro tratamientos (métodos de riego) sobre la producción de caña (kg), en parcelas experimentales de 150 m² (Martínez, 1988).



Los tratamientos que se compararon en el experimento fueron los siguientes: 1) riego regional (testigo); 2) riego cada 21 días; 3) riego cada 28 días; y 4) riego cada 35 días. Las producciones promedio de caña fueron, respectivamente, 1.936,6; 2.664,7; 2.840,0; y 2.850,7 kg por parcela de 150 m².

Dado que el número de tratamientos del experimento fue 4 (t=4) y las repeticiones 3 (r=3), los grados de libertad del error fueron 8, el cuadrado medio del error fue 42.470 ($CM_{Error} = 42.470$) y el valor F calculado para tratamientos fue 13,23. Se invita al lector a construir la tabla de ANAVA usando los datos suministrados en este párrafo, con el objeto de fortalecer la comprensión y la habilidad de aplicación de los procedimientos.

La comparación de este valor F_c (F calculado), con el obtenido en la tabla F, lleva al rechazo de la hipótesis nula H_0 al 1 %, con lo que se concluye que al menos para un par de tratamientos se obtuvieron producciones medias de caña diferentes. Pero, ¿entre cuáles tratamientos hay diferencias?

A continuación se ilustra el procedimiento para poder responder esta inquietud, mediante la prueba de Tukey, la cual se va a realizar al mismo nivel de significancia de la prueba F.

a. Se determina el valor de “q”

En la tabla de rangos estudiantizados¹⁰ se busca para 8 G.L. del error (m), $\alpha = 0,01$ (que corresponde al 1 %), y para 4 medias de tratamientos que se van a comparar (n). Con base en estos requerimientos, el valor encontrado es de 6,20.

Entonces, **q = 6,20**

b. Se obtiene el error estándar de la diferencia de medias. Teniendo en cuenta que el número de repeticiones es tres (r=3), se tiene que:

$$S_{\bar{y}} = \sqrt{\frac{42.470}{3}} = 118,98$$

c. Se calcula el valor de **W**, que de acuerdo con la fórmula resulta de multiplicar **q** por ($S_{\bar{y}}$); esto es:

$$W = 6,20 \times 118,98 = 737,68$$

¹⁰ http://matematicas.unex.es/~mota/ciencias_ambientales/tabla8.pdf (pág. 1). El valor de α se ubica en la esquina superior de la tabla, los grados de libertad del error en la 1ª columna y el número de medias a comparar en la 1ª fila.

Con este valor de W se tiene definida la regla de decisión, la cual establece que si la diferencia en valor absoluto de las dos medias que se comparan es mayor que W, entonces se rechaza la correspondiente hipótesis nula. Simbólicamente, si $|\bar{Y}_i - \bar{Y}_j| > W$, entonces se rechaza la hipótesis $H_0: \mu_i = \mu_j$.

d. Se establecen las hipótesis para cada una de las comparaciones, se calculan las diferencias en valor absoluto de los promedios correspondientes y se toma la decisión respecto a la comparación. Como los tratamientos son cuatro (riego regional, riego cada **21** días, riego cada **28** días y riego cada **35** días), hay un total de $4 \times 3 / 2 = 6$ comparaciones de medias, cuyos resultados se ilustran en la **tabla 13**.

Tabla 13. Comparación de medias de tratamientos mediante la prueba de Tukey para los datos de producción por parcela del experimento de riego.

COMPARACIÓN	HIPÓTESIS	VALOR ABSOLUTO DE LA DIFERENCIA DE MEDIAS	DECISIÓN *
1	$H_0: \mu_{Reg} = \mu_{21}$ $H_1: \mu_{Reg} \neq \mu_{21}$	$ 1.936,6 - 2.664,7 = 728,1$	No se rechaza H_0
2	$H_0: \mu_{Reg} = \mu_{28}$ $H_1: \mu_{Reg} \neq \mu_{28}$	$ 1.936,6 - 2.840,0 = 903,4$	Se rechaza H_0
3	$H_0: \mu_{Reg} = \mu_{35}$ $H_1: \mu_{Reg} \neq \mu_{35}$	$ 1.936,6 - 2.850,7 = 914,1$	Se rechaza H_0
4	$H_0: \mu_{21} = \mu_{28}$ $H_1: \mu_{21} \neq \mu_{28}$	$ 2.664,7 - 2.840,0 = 176,0$	No se rechaza H_0
5	$H_0: \mu_{21} = \mu_{35}$ $H_1: \mu_{21} \neq \mu_{35}$	$ 2.664,7 - 2.850,7 = 186,0$	No se rechaza H_0
6	$H_0: \mu_{28} = \mu_{35}$ $H_1: \mu_{28} \neq \mu_{35}$	$ 2.840,0 - 2.850,7 = 10,7$	No se rechaza H_0

* La respectiva hipótesis se rechaza si el valor de la columna 3 es mayor que W; es decir, si es mayor que 737,7.

En conclusión, solo se encontraron diferencias altamente significativas¹¹ en la producción por parcela entre el riego regional, respecto de los riegos cada 28 y cada 35 días, superando estos últimos en más del 47 % al sistema de riego regional. Una forma también usual de presentar los resultados se

¹¹ Se acostumbra denominar así, debido a que la hipótesis se rechazó al 1 %; si es al 5 % se suele decir “diferencias significativas”. Esto también se puede representar como $p < 0,01$ y $p < 0,05$, respectivamente.



presenta en la **tabla 14**, en donde se usan letras para representar las diferencias entre los promedios comparados.

Tabla 14. Resultados de la prueba de Tukey sobre la comparación de medias de tratamientos del experimento de riego, usando letras para representar las diferencias.

TRATAMIENTOS	PROMEDIO *
RIEGO REGIONAL	1.936,6 a
RIEGO CADA 21 DÍAS	2.664,7 ab
RIEGO CADA 28 DÍAS	2.840,0 b
RIEGO CADA 35 DÍAS	2.850,7 b

* Promedios con por lo menos una letra en común no son estadísticamente diferentes ($p < 0,01$).

4.5.2 Comparaciones planeadas

Como se dijo anteriormente, siempre que sea posible y la naturaleza del experimento lo permita, debe trabajarse con comparaciones planeadas. Estas, también llamadas contrastes, generalmente involucran más de dos promedios, esto es, que en la comparación entran funciones lineales de las observaciones.

Un contraste se define como una combinación lineal Q ,

$$Q = \sum_{i=1}^t C_i Y_i, \text{ tal que } \sum_{i=1}^t C_i = 0$$

Donde Y_i es el total del tratamiento i .

La suma de cuadrados del contraste Q , la cual tiene un grado de libertad (por tanto es igual al cuadrado medio), es:

$$SC(Q) = CM(Q) = \frac{Q^2}{r \sum C_i^2}$$

Dos contrastes $Q_1 = \sum C_{1i}$ y $Q_2 = \sum C_{2i}$ son independientes u ortogonales si:

$$\sum_{i=1}^t C_{1i} C_{2i} = 0$$

Para ilustrar este tipo de comparaciones, se considerará la producción de soya por hectárea (t) obtenida de un experimento bajo un diseño de bloques completos al azar, con tres bloques y los siguientes tratamientos:

1) humedad 20 % y 30 kg de fósforo por hectárea; 2) humedad 40 % y 30 kg de fósforo por hectárea; 3) humedad 20 % y 60 kg de fósforo por hectárea; 4) humedad 40 % y 60 kg de fósforo por hectárea (diseño de bloques completos al azar con arreglo factorial del fósforo y la humedad, cada uno a dos niveles¹²).

Al realizar el ANAVA, considerando un DBCA con cuatro tratamientos, se encontró que no se presentaron diferencias significativas en la producción de soya entre los cuatro tratamientos, lo cual sugeriría terminar el análisis de los datos en este punto. El cuadrado medio del error fue 0,338, y los valores del F calculado fueron 2,1006 para tratamientos y 0,3398 para bloques (se invita al lector con estos datos a construir la tabla de ANAVA).

Usando las comparaciones planeadas, es posible descomponer la suma de cuadrados de tratamientos en aquella que es debida al factor humedad y la debida al factor fósforo. De esta manera, el interés se centra en evaluar si para la producción de soya hay diferencia entre las dos humedades, entre los dos niveles de fósforo, y además si hay interacción entre los factores humedad y fósforo¹³.

Los totales y promedios de los cuatro tratamientos (combinación de los dos factores), se presentan en la **tabla 15**.

Tabla 15. Totales y promedios de producción de soya por hectárea (t), organizados de acuerdo con los factores humedad y fósforo.

FÓSFORO (kg)	HUMEDAD (%)			
	20		40	
	Promedio	Total	Promedio	Total
30	7,36	22,1	6,36	19,1
60	6,86	20,6	6,35	19,0

Un primer contraste de interés surge de establecer si hay diferencias en la producción debido a los niveles de humedad; es decir, si hay diferencias entre los tratamientos 1 y 3 respecto al 2 y al 4. La hipótesis nula apropiada se expresa mediante la siguiente combinación lineal de las medias de tratamientos:

$$H_0: +1\mu_1 - 1\mu_2 + 1\mu_3 - 1\mu_4 = 0 \quad \text{o equivalentemente,} \quad H_0: \mu_1 + \mu_3 = \mu_2 + \mu_4$$

¹² Estos dos factores se denominan cuantitativos, ya que los niveles están representados por cantidades; también hay factores cualitativos, cuando sus niveles sean, por ejemplo, variedades, razas, épocas del año o sexo, entre otros.

¹³ La interacción para el caso de dos factores se presenta cuando la respuesta a los cambios de un factor está condicionada por el nivel de otro factor.



Como se aprecia en la expresión anterior, los coeficientes de los cuatro tratamientos son respectivamente +1, -1, +1 y -1; por lo tanto, se tiene que $\sum C_i = 1 - 1 + 1 - 1 = 0$, con lo cual se muestra que la comparación de interés es efectivamente un contraste.

De la misma manera, puede comprobarse al hacer la comparación entre los dos niveles de fósforo, cuya hipótesis nula es

$$H_0: 1\mu_1 + 1\mu_2 - 1\mu_3 - 1\mu_4 = 0,$$

que la suma de los coeficientes es cero, por lo cual este también es un contraste.

Los coeficientes del contraste para la interacción entre humedad y fósforo se obtienen multiplicando los correspondientes valores del primer contraste por el segundo contraste. Así, se obtiene que los coeficientes para la interacción son, respectivamente, +1, -1, -1 y +1 para los cuatro tratamientos. Para determinar si los tres contrastes son ortogonales entre sí, se verifica la condición establecida anteriormente, esto es:

a. Q_1 y Q_2 son independientes u ortogonales si $\sum C_{1i} C_{2i} = 0$

Veamos:

$$\sum C_{1i} C_{2i} = (1) \times (1) + (-1) \times (1) + (1) \times (-1) + (-1) \times (-1) = 0$$

por tanto, los contrastes Q_1 y Q_2 son ortogonales.

b. Q_1 y Q_3 son independientes u ortogonales si $\sum C_{1i} C_{3i} = 0$

Veamos:

$$\sum C_{1i} C_{3i} = (1) \times (1) + (-1) \times (-1) + (1) \times (-1) + (-1) \times (1) = 0$$

por tanto, los contrastes Q_1 y Q_3 son ortogonales.

c. Q_2 y Q_3 son independientes u ortogonales si $\sum C_{2i} C_{3i} = 0$

Veamos:

$$\sum C_{2i} C_{3i} = (1) \times (1) + (1) \times (-1) + (-1) \times (-1) + (-1) \times (1) = 0$$

por tanto, los contrastes Q_2 y Q_3 son ortogonales.

La **tabla 16** se organizó de tal forma que los cálculos para obtener el valor del contraste Q y su respectiva suma de cuadrados se realicen de manera sencilla. Para obtener el valor de cada contraste $Q = \sum C_i Y_i$, se multiplica el valor del total de tratamiento por la constante respectiva, para la comparación de las dos humedades.

Tabla 16. Organización de los totales de tratamiento y de las constantes C_i de cada contraste, para ilustrar los cálculos del valor del contraste y de su suma de cuadrados.

Contraste	Tratamientos				Q	$r\sum C_i^2$	SC (Q)
	1	2	3	4			
	22,1*	19,1	20,6	19,0			
Humedad 20 % versus 40 %	1	-1	1	-1	4,6	12	1,76
Fósforo 30 kg versus 60 kg	1	1	-1	-1	1,6	12	0,21
Interacción de humedad x fósforo	1	-1	-1	1	1,4	12	0,16

* Producción total por tratamiento.

Por lo tanto, se tiene que:

$$Q_1 = + (1) \times (22,1) + (-1) \times (19,1) + (1) \times (20,6) + (-1) \times (19,0) = 4,6$$

De manera análoga se procede para las otras dos comparaciones; estos resultados se registran en la antepenúltima columna de la tabla. En la siguiente columna se anotan los resultados del cálculo del denominador de la suma de cuadrados, que resulta de multiplicar la suma de los coeficientes al cuadrado de cada contraste, por el número de repeticiones, o en este caso de bloques (3); por lo tanto, la suma de los coeficientes al cuadrado para el primer contraste es:

$$\sum C_j^2 = (1)^2 + (-1)^2 + (1)^2 + (-1)^2 = 4,$$

que multiplicado por 3, da 12, valor que se registró en la penúltima columna.

La última columna corresponde a la suma de cuadrados de cada contraste y resulta de dividir el valor de la antepenúltima columna al cuadrado, por el valor de la penúltima. Los datos consignados se transfieren a la Tabla de ANAVA, con el fin de calcular los cuadrados medios y el valor F para cada uno de los contrastes ortogonales (**tabla 17**).

Tabla 17. Análisis de varianza para ilustrar los resultados de los contrastes ortogonales en el ensayo de soya.

FUENTE DE VARIACIÓN	G.L.	S.C.	C.M.	F
TRATAMIENTO:	3	2,13		
Humedad 20 % versus 40 %	1	1,76	1,760	5,33
Fósforo 30 kg versus 60 kg	1	0,21	0,210	0,63
Interacción humedad x fósforo	1	0,16	0,160	0,48
BLOQUE	2	0,25	0,125	
ERROR	6	2,03	0,330	
TOTAL	11	4,41		



Al comparar el valor F calculado de la **tabla 17** con el de las tablas, no se encuentran diferencias significativas al 5 %; sin embargo, al calcular la probabilidad de error Tipo I con base en el valor F calculado (mediante Excel¹⁴, por ejemplo), se determina que el valor resultante es de 0,06 para el factor humedad.

Teniendo en cuenta los resultados anteriores, se concluye que se presentan diferencias significativas para la humedad sobre la producción de soya, a un nivel de significancia del 6 %. Es decir, se encontró que la producción de soya con el nivel de humedad del 20 % fue de 6,86 t/ha, que representa un aumento de 8,03 % respecto al tratamiento con el 40 % de humedad.



4.6. ARREGLOS FACTORIALES

En la investigación agropecuaria es común que el investigador desee evaluar el efecto de dos o más factores sobre las variables de interés. Un experimento clásico en edafología, es el de establecer el efecto de N, P y K sobre el rendimiento, en una especie de cultivo. Este tipo de experimentos que permiten establecer el efecto individual de cada uno de los factores y sus interacciones, se denominan **arreglos factoriales**. Es importante aclarar que estos arreglos no son diseños experimentales, sino que son un tipo especial de arreglos o diseños de tratamientos.

De acuerdo con Kuehl (2001), los arreglos factoriales generan experimentos más eficientes, debido a que cada unidad experimental suministra información sobre todos los factores involucrados en el experimento. Además, se pueden ver las respuestas a un factor para cada uno de los niveles (factor cuantitativo) o modalidades (factor cualitativo) de otro factor. Para el caso del ejemplo citado en el primer párrafo de este numeral, los factores que se definen como una clase de tratamiento corresponden a nitrógeno (N), a fósforo (P) y a potasio (K).

El arreglo factorial consiste en todas las posibles combinaciones de los niveles de estos tres factores, las que, a su vez, se constituyen en los

¹⁴ Se utiliza la función F de Excel, con los valores 5,33; 1; y 6 (DISTR.F(5,33;1;6)), correspondientes al valor F calculado para humedad y los grados de libertad del numerador y el denominador, respectivamente.

tratamientos del experimento, el cual puede ser conducido bajo cualquier tipo de diseño experimental, según las características de las unidades experimentales. Esto quiere decir que el arreglo factorial es independiente del diseño experimental que se utilice, tal como lo expresa Martínez (2009): "Los experimentos o arreglos factoriales no constituyen un nuevo tipo de diseño experimental, corresponden, como su nombre lo indica, a una forma particular de combinar un conjunto de tratamientos y no a la forma o procedimiento de cómo se asignan los tratamientos a las unidades experimentales."

4.6.1. Ventajas y desventajas

Según Melo et al. (2007) y Martínez (2009), dentro de las principales ventajas de los arreglos factoriales se pueden considerar las siguientes:

- Al generar información sobre varios factores, sin aumentar el tamaño del experimento, se puede economizar material experimental.
- Son de gran utilidad si se tiene como objetivo ampliar el alcance de las recomendaciones a una gran variedad de condiciones.
- Permiten estimar la interacción de los efectos, o sea, se puede determinar el grado de y la forma como se modifica el efecto de un factor, con relación a los niveles de otro factor.
- El efecto de cada factor se estima con la misma precisión que se obtendría si se considerara un experimento independiente para cada factor.
- Son altamente eficientes, porque cualquier unidad experimental suministra información sobre todos los factores involucrados en el experimento.
- Son apropiados cuando se desea introducir un factor adicional a un experimento, cuando este no es útil o importante por sí mismo.

De acuerdo con los mismos autores, las desventajas son:

- Si se utiliza un diseño de bloques completos al azar para implementar los tratamientos provenientes de un arreglo factorial, es difícil encontrar grupos homogéneos de unidades experimentales para asignar los tratamientos.
- Un aumento en el número de factores y/o de niveles puede generar un aumento considerable en el número de tratamientos, lo cual genera a la vez un aumento en el tamaño de los experimentos. Esta situación se puede remediar utilizando la técnica de confusión.
- Los resultados son de difícil interpretación, sobre todo para las interacciones entre los factores. Esto no es un defecto del arreglo factorial, sino de la complejidad del fenómeno que se quiere estudiar.



4.6.2. Interacción

Como se evidenció en párrafos anteriores, la importancia de los arreglos factoriales radica en que se pueden evaluar simultáneamente los efectos de dos o más factores y sus interacciones.



Martínez (2009) define interacción como el hecho de que la diferencia en la respuesta a los niveles o modalidades de un factor sea igual o diferente a los demás niveles del otro factor.

La interacción se puede clasificar en tres categorías: la no interacción, que ocurre cuando los factores bajo estudio son independientes entre sí, es decir, cuando los efectos de un factor son los mismos para todos los niveles de los otros factores, siendo la variación observada solo producto del azar. Por otra parte, la interacción ocurre cuando los efectos de un factor no son los mismos para todos los niveles de los otros factores. La interacción se puede manifestar de dos formas: interacción de escala e interacción de dirección (figura 15).

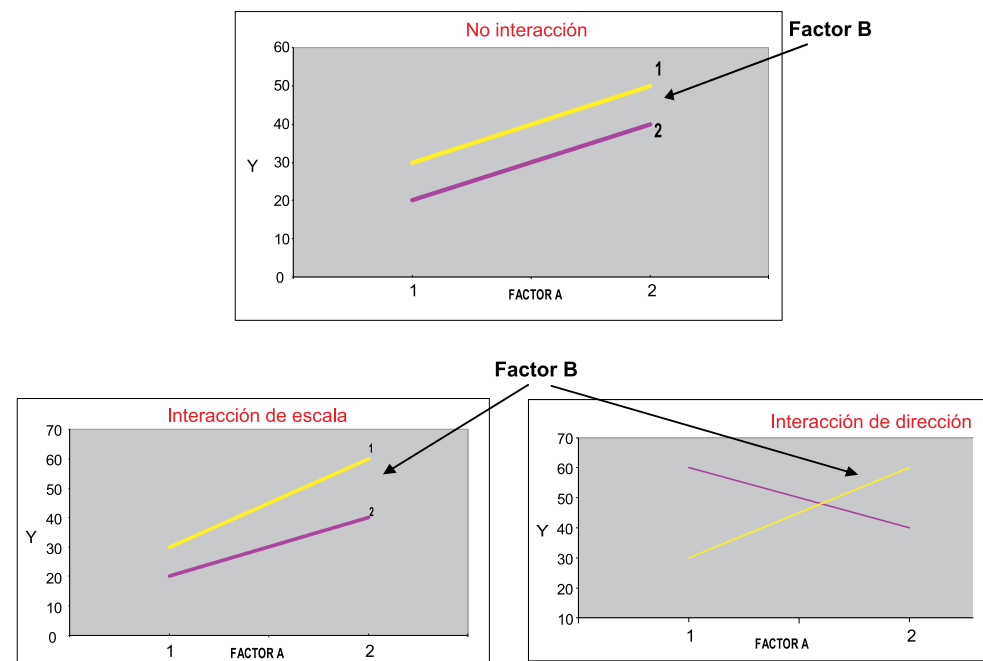


Figura 15. Ilustración gráfica de la interacción entre dos factores.

4.6.3. Modelo estadístico

El modelo estadístico correspondiente al diseño en bloques completos al azar, con arreglo factorial (dos factores), está dado por la siguiente expresión:

$$Y_{ijk} = \mu + R_i + A_j + B_k + (A*B)_{jk} + e_{ijk}$$

Donde,

- $i = 1, 2, \dots, r$ Con r , como el número de bloques o repeticiones.
- $j = 1, 2, \dots, a$ Con a , como el número de niveles o modalidades del factor A.
- $k = 1, 2, \dots, b$ Con b , como el número de niveles o modalidades del factor B.
- Y_{ijk} : Variable aleatoria observada.
- μ : Media general.
- R_i : Efecto del i -ésimo bloque o repetición.
- A_j : Efecto del j -ésimo nivel o modalidad del factor A.
- B_k : Efecto de k -ésimo nivel o modalidad del factor B.
- $(A*B)_{jk}$: Efecto de la interacción de los factores A y B.
- e_{ijk} : Efecto del error experimental $\sim N(0, \sigma^2)$ independiente.

Las hipótesis de interés tienen que ver con el efecto de cada uno de los factores individuales y la respectiva interacción:

Para el factor A:

$$H_0: A_1 = A_2 = \dots = A_a \quad \text{versus} \quad H_1: A_j \neq A_{j'}, \text{ para algún } j \neq j'$$

Para el factor B:

$$H_0: B_1 = B_2 = \dots = B_b \quad \text{versus} \quad H_1: B_k \neq B_{k'}, \text{ para algún } k \neq k'$$

Para la interacción A*B:

$$H_0: \text{No hay interacción entre A y B} \quad \text{versus} \quad H_1: \text{Hay interacción entre A y B}$$

También se puede probar la hipótesis con respecto al efecto de los bloques:

$$H_0: R_1 = R_2 = \dots = R_r \quad \text{versus} \quad H_1: R_i \neq R_{i'}, \text{ para algún } i \neq i'$$



4.6.4. Análisis de varianza

Se va a ilustrar la tabla de análisis de varianza (Tabla 18) correspondiente a un diseño de bloques completos al azar (DBCA), considerando un arreglo factorial con dos factores, el cual se utilizará más adelante como referencia para el ejemplo ilustrativo. La tabla posee las fuentes de variación correspondientes al diseño experimental utilizado (bloques en este caso), más las fuentes de variación relacionadas con cada uno de los factores involucrados en el experimento (se debe recordar que pueden ser dos o más factores) y sus interacciones.

Tabla 18. Tabla de ANAVA diseño de bloques completos al azar con arreglo factorial A*B.

F.V.	G.L.	S.C.	C.M.	F
Bloques	r-1	$\sum_i y_{i..}^2 / ab - FC$	SCR/(r-1)	CMR/CME
Factor A	a-1	$\sum_j y_{.j.}^2 / br - FC$	SCA/(a-1)	CMA/CME
Factor B	b-1	$\sum_k y_{..k}^2 / ar - FC$	SCB/(b-1)	CMB/CME
A*B	(a-1)(b-1)	$\sum_j \sum_k y_{.jk}^2 / r - FC - SCA - SCB$	SCA*B/(a-1)(b-1)	CMA*B/CME
Error	(ab-1)(r-1)	Diferencia	SCE/(ab-1)(r-1)	
Total	abr-1	$\sum_i \sum_j \sum_k y_{ijk}^2 - FC$		

4.6.5. Ejemplo para la ilustración del diseño de tratamientos

Los datos ilustrados en la Figura 16 corresponden a un experimento cuyo objetivo fue evaluar el efecto de tres (3) variedades de soja (V1, V2 y V3) y dos (2) cepas de Rhizobium (C1, C2) sobre el rendimiento (g/parcela)¹⁵.

La cifra centrada corresponde al rendimiento por parcela (g), y el código de la parte superior al arreglo factorial (Variedad por cepa).

Se utilizó un diseño de bloques completos al azar con arreglo factorial 3*2, con cuatro (4) bloques. En la Tabla 19 se presentan los datos organizados para facilitar los cálculos requeridos en el ANAVA, para estimar las sumas de cuadrados para variedades (V), para cepas (C) y para la interacción (V*C), en tanto que en la Tabla 20 se muestra la información requerida para calcular la suma de cuadrados total y estimar los efectos de bloques.

¹⁵ Este experimento fue realizado por la investigadora de Corpoica, Ingeniera Agrónoma MSc, Carmen Rosa Salamanca.

Bloque 1	V2-C2 1.222,0	V3-C1 474,1	V1-C1 424,3	V2-C1 477,9	V1-C2 622,1	V3-C2 1150,7
Bloque 2	V2-C1 661,1	V3-C2 1.185,9	V1-C1 612,6	V3-C1 546,1	V2-C2 1.215,7	V1-C2 520,3
Bloque 3	V3-C2 1.496,6	V1-C2 671,5	V2-C1 388,8	V2-C2 941,5	V1-C1 555,7	V3-C1 552,7
Bloque 4	V1-C1 425,2	V2-C1 391,0	V1-C2 501,8	V3-C2 1289,6	V3-C1 390,4	V2-C2 891,9

Figura 16. Esquema de la ubicación (aleatorización) de los arreglos en cada uno de los bloques del experimento y el rendimiento obtenido (g/parcela).

Tabla 19. Datos de rendimiento de soja (g) organizados para estimar las sumas de cuadrados del efecto de variedades, cepas e interacción.

VARIEDADES	CEPAS		TOTAL	MEDIA
	C1	C2		
V1	2.017,9	2.315,7	4.333,5	2.166,8
V2	1.918,8	4.271,1	6.189,9	3.095,0
V3	1.963,3	5.122,8	7.086,1	3.543,1
TOTAL	5.900,0	11.709,5	17.609,5	
MEDIA	1.966,7	3.903,2		

Tabla 20. Datos organizados para estimar la suma de cuadrados total y de bloques.

VARIEDADES	CEPAS	BLOQUES			
		1	2	3	4
V1	C1	424,3	612,6	555,7	425,2
V1	C2	622,1	520,3	671,5	501,8
V2	C1	477,9	661,1	388,8	391,0
V2	C2	1.222,0	1.215,7	941,5	891,9
V3	C1	474,1	546,1	552,7	390,4
V3	C2	1.150,7	1.185,9	1.496,6	1.289,6
TOTAL		4.371,1	4.741,7	4.606,8	3.889,9



A continuación se ilustran los cálculos con base en las tablas 19 y 20:

$$\sum_i \sum_j \sum_k y_{ijk} = 424,3 + 612,6 + 555,7 + \dots + 1.289,6 = 17.609,5$$

(Suma de los valores de todas las unidades experimentales)

$$FC = (\sum_i \sum_j \sum_k y_{ijk})^2 / rab = \frac{(17.609,5)^2}{24} = 12'920.603,76$$

$$\sum_i \sum_j \sum_k y_{ijk}^2 = 424,3^2 + 612,6^2 + 555,7^2 + \dots + 1.289,6^2 = 15'642.183,67$$

(Suma de los cuadrados de las observaciones)

$$SC_{Total} = \sum_i \sum_j \sum_k y_{ijk}^2 - FC$$

$$SC_{Total} = 15'642.183,67 - 12'920.603,76 = 2'721.579,91$$

$$SC_{Bloques} = \sum_i y_i^2 / ab - FC$$

$$SC_{Bloques} = (4.371,1^2 + 4.741,7^2 + 4.606,8^2 + 3.889,9^2) / 6 - 12'920.603,76 = 70.089,97$$

$$SCV = \sum_j y_j^2 / rb - FC$$

$$SCV = (4.333,5^2 + 6.189,9^2 + 7.086,1^2) / 8 - 12'920.603,76 = 492.758,42$$

$$SCC = \sum_k y_{..k}^2 / ra - FC$$

$$SCC = (5.899,9^2 + 11.709,6^2) / 12 - 12'920.603,76 = 1'406.358,92$$

$$SCV^*C = \sum_j \sum_k y_{jk}^2 / r - FC - SCV - SCC = (2.017,8^2 + 2.315,7^2 + 1.918,8^2 + 4.271,1^2 + 1.963,3^2 + 5.122,8^2) / 4 - 12'920.603,76 - 492.758,42 - 1'406.358,92 = 544.203,57$$

$$SCE = SC_{Total} - SC_{Bloques} - SCV - SCC - SCV^*C$$

$$= 2'721.579,91 - 70.089,97 - 492.758,42 - 1'406.358,92 - 544.203,57 = 208.169,03$$

Las hipótesis planteadas son:

EFEECTO	HIPÓTESIS NULA	HIPÓTESIS ALTERNATIVA
Variedades (V)	$H_0: V_1 = V_2 = V_3$	$H_1: V_j \neq V_{j'}, \text{ para algún } j \neq j'$
Cepas (C)	$H_0: C_1 = C_2$	$H_1: C_1 \neq C_2$
Interacción V*C	$H_0: \text{No interacción}$	$H_1: \text{Interacción}$

En la **tabla 21** se consolida la información del ANAVA. Al comparar los valores de F para bloques, variedades, cepas y su interacción, con el valor de F teórico¹⁶ (5,42; 6,36; 8,68; y 6,36, respectivamente para bloques, V, C y V*C), se concluye que existen diferencias estadísticas significativas ($\alpha = 0,01$) entre variedades y entre cepas. No se encontraron diferencias para el rendimiento entre bloques.

Además, y lo que es más importante, la interacción entre variedades y cepas es significativa. Cuando esto ocurre, el investigador debe dar más importancia a la interacción, para abordar la discusión e interpretación de los resultados con base en pruebas posteriores, como las comparaciones múltiples. Cuando la interacción no es significativa, la discusión se debe centrar de manera independiente en cada uno de los factores individuales que sean significativos.

Tabla 21. Tabla de ANAVA diseño de bloques completos al azar con arreglo factorial variedad por cepa.

F.V.	G.L.	S.C.	C.M.	F
Bloques	3	70.089,97	23.363,32	1,7 ns
Variedades (V)	2	492.758,42	246.379,21	17,8 **
Cepas (C)	1	1.406.358,92	1.406.358,92	101,3 **
V*C	2	544.203,57	272.101,79	19,6 **
Error	15	208.169,03	13.877,94	
Total	23	2'721.579,91		

C.V. = 16,1 %.

n.s. = No significativo. ** Diferencias estadísticas significativas ($\alpha = 0,01$)

4.7. DISEÑO DE PARCELAS DIVIDIDAS (DPD)

En el numeral anterior, se abordó el tema de experimentos donde están involucrados dos o más factores. Estos arreglos de tratamientos o factoriales son independientes de la forma como los tratamientos, producto de la combinación de todos los niveles o modalidades de los factores del experimento, son asignados a las unidades experimentales; es decir, independientes del diseño experimental (completamente al azar, bloques completos al azar, etc.).

¹⁶ http://www.uclm.es/profesorado/vrlopez/tablas_esta.pdf. Página 6 para la fila de 15 G.L. del denominador y los G.L. apropiados del numerador según tabla de ANAVA (3, 2, 1, 2), para un nivel de significancia de 0,01.



En muchas ocasiones, por la naturaleza de los factores, es muy difícil utilizar el mismo tamaño de las unidades experimentales para los diferentes factores. En este caso se recurre a los diseños de parcelas divididas, parcelas subdivididas, parcelas sub-subdivididas y franjas divididas, entre otros.

Este tipo de diseños es muy frecuente en experimentación agrícola, donde un factor como los métodos de cultivo, requieren del uso de alguna herramienta (arado, rastrillo, cincel, etc.), cuya utilización se facilita en parcelas grandes; mientras que otro factor, como por ejemplo los niveles de fertilidad, se puede aplicar sin mayores inconvenientes a parcelas más pequeñas. (figura 17)

Cada parcela grande, correspondiente a cada uno de los métodos de cultivo, se divide a su vez en tantas parcelas pequeñas como niveles de fertilidad se quieran evaluar. Las parcelas grandes reciben el nombre de parcelas principales (PP) o parcelas completas, y las parcelas pequeñas se denominan subparcelas (SP) o subunidades, las cuales se vienen a constituir en las unidades experimentales (Kuehl, 2001).



Figura 17. Foto que ilustra las parcelas principales en experimentos de agroforestería, usando el diseño de parcelas divididas. Foto: César Jaramillo.

Estos diseños son muy útiles cuando se desea incorporar un factor adicional dentro del experimento, para ampliar el alcance de la investigación o cuando se requiere que los efectos de ciertos factores sean estimados con mayor precisión que otros. Los factores que se asignan a las parcelas pequeñas (subparcelas para el caso del diseño de parcelas divididas) son estimados con mayor precisión que el factor asignado a las parcelas grandes o parcelas principales.

En la figura 18 se ilustra un bloque correspondiente a un diseño de parcelas divididas, donde se evaluaron dos factores; el primero que se asignó a las parcelas principales fue el sistema de preparación de suelo, con tres modalidades: labranza cero, labranza mínima y labranza convencional; el segundo factor fue variedad de soya, constituido por cuatro modalidades: V1, V2, V3 y V4.

Es necesario aclarar que las parcelas principales se pueden disponer, por ejemplo, como un DCA o como DBCA. El segundo caso es el más frecuente, porque estos experimentos son muy utilizados en campo, generalmente con existencia de gradientes que obligan a ejercer control local sobre la variabilidad de las unidades experimentales. Es por esta razón que esta parte del manual se centrará en este tipo de diseños.

LABRANZA MÍNIMA				LABRANZA CERO				LABRANZA CONVENCIONAL			
V3	V2	V1	V4	V2	V4	V3	V1	V4	V2	V1	V3

Figura 18. Ilustración de la disposición en campo de un bloque correspondiente a un diseño de parcelas divididas.

Como se puede observar, la asignación de los factores se hizo inicialmente para los tipos de labranza mediante un proceso aleatorio y posteriormente para cada tipo de labranza; se asignaron también aleatoria e independientemente las cuatro variedades, es decir, la aleatorización se realiza en dos etapas.

4.7.1. Ventajas y desventajas

De acuerdo con Cochran y Cox (1975), las principales ventajas de este tipo de diseño son las siguientes:

- Como ya se comentó, estos diseños se pueden usar cuando los niveles o modalidades de uno o más factores requieren de mayor tamaño de las unidades experimentales que los niveles o modalidades de los otros factores.
- Son de gran utilidad cuando, por necesidades de la investigación, es necesario incorporar un factor adicional al experimento. Por ejemplo, si inicialmente se quieren evaluar varios niveles de un insumo para aumentar el alcance de las recomendaciones obtenidas del experimento, se incluyen varios genotipos, de los cuales se conoce su



comportamiento; en este caso, las variedades se deberán incluir en las parcelas grandes o principales, y los niveles del insumo en las parcelas pequeñas o subparcelas.

- Si el investigador desea estimar con mayor precisión el efecto de un factor, este diseño le permite asignarlo a las subparcelas para lograr dicho propósito.
- Cuando por información proveniente de experimentos anteriores se pueden esperar diferencias grandes entre los niveles o modalidades de un factor, estos se deberán asignar a las parcelas grandes; y a las parcelas pequeñas o subparcelas, asignar los niveles o modalidades del otro factor.
- En resumen, cuando se espera que las diferencias entre las subparcelas sea menor que entre las parcelas principales, los factores que requieran menores tamaños de las unidades experimentales o menor cantidad del material experimental, que sean de mayor importancia para el investigador o que requieran comparaciones de mayor precisión, se deberán asignar a las subparcelas.

La principal desventaja de este diseño radica en el hecho de que cuando el diseño es desbalanceado (parcelas perdidas), la complejidad en el análisis estadístico es mayor que para el caso del DBCA. Además, el hecho de que los factores se estimen con diferente precisión dependiendo de si fueron asignados o no a las parcelas principales, se puede convertir en una desventaja; si el investigador requiere estimar el efecto de los factores con la misma precisión y la naturaleza de los mismos, esto lo obliga a usar diferentes tamaños de parcela.

4.7.2. Modelo estadístico

El modelo estadístico correspondiente al diseño de parcelas divididas en bloques completos al azar, equivale a la siguiente expresión:

$$Y_{ijk} = \mu + R_i + A_j + \delta_{ij} + B_k + (A*B)_{jk} + e_{ijk}$$

Donde,

i	$1, 2, \dots, r$	Con r correspondiente al número de bloques o repeticiones.
j	$1, 2, \dots, a$	Con a como el número de niveles o modalidades del factor asignado a las parcelas principales (A).
k	$1, 2, \dots, b$	Con b como el número de niveles o modalidades del factor asignado a las subparcelas (B).
y_{ijk}		Variable aleatoria observada.

μ = Media general.

R_i = Efecto del i -ésimo bloque o repetición.

A_j = Efecto del j -ésimo nivel o modalidad del factor A.

δ_{ij} = Error a: $\sim N(0, \sigma_\delta^2)$ independiente.

B_k = Efecto de k -ésimo nivel o modalidad del factor B.

$(A*B)_{jk}$ = Efecto de la interacción de los factores A y B (parcela principal*subparcela).

e_{ijk} = Error b: $\sim N(0, \sigma_e^2)$ independiente.

Las hipótesis de interés tienen que ver con el efecto de cada uno de los factores individuales y su respectiva interacción.

Para el factor A:

$$H_0: A_1 = A_2 = \dots = A_a \quad \text{versus} \quad H_1: A_j \neq A_{j'}, \text{ para algún } j \neq j'$$

Para el factor B:

$$H_0: B_1 = B_2 = \dots = B_b \quad \text{versus} \quad H_1: B_k \neq B_{k'}, \text{ para algún } k \neq k'$$

Para la interacción A*B:

$$H_0: \text{No interacción entre A y B} \quad \text{versus} \quad H_1: \text{Interacción entre A y B}$$

También se puede probar la hipótesis con respecto al efecto de los bloques:

$$H_0: R_1 = R_2 = \dots = R_r \quad \text{versus} \quad H_1: R_i \neq R_{i'}, \text{ para algún } i \neq i'$$



4.7.3. Análisis de varianza

La tabla de análisis de varianza correspondiente a un diseño de parcelas divididas en bloques al azar considerando dos factores (el factor A asignado a las parcelas principales y el factor B a las subparcelas), se relaciona en la **Tabla 22**.

Tabla 22. Tabla de ANAVA diseño de parcelas divididas en bloques completos al azar.

F.V.	G.L.	S.C.	C.M.	F
Bloques	r-1	$\sum_i y_{i..}^2 / ab - FC$	SCR/(r-1)	CMR/CMEa
Factor A	a-1	$\sum_j y_{.j.}^2 / rb - FC$	SCA/(a-1)	CMA/CMEa
Error a	(r-1)(a-1)	$\sum_i \sum_j y_{ij.}^2 / b - FC - SCR - SCA$	SCEa/(r-1)(a-1)	
Factor B	b-1	$\sum_k y_{.k.}^2 / ra - FC$	SCB/(b-1)	CMB/CMEb
A*B	(a-1)(b-1)	$\sum_j \sum_k y_{.jk}^2 / r - FC - SCA - SCB$	SCA*B/(a-1)(b-1)	CMA*B/CMEb
Error b	a(r-1)(b-1)	Diferencia	SCEb/a(r-1)(b-1)	
Total	abr-1	$\sum_i \sum_j \sum_k y_{ijk}^2 - FC$		

Nota: Observe que se estiman dos errores experimentales: el error a permite probar hipótesis para bloques y factor A (asignado a las PP); el error b permite probar hipótesis para factor B (asignado a las SP) y para la interacción (A*B).

4.7.4. Ejemplo para la ilustración del diseño

Los datos de la **figura 19** corresponden a un experimento cuyo propósito fue establecer el efecto de dos sistemas de manejo del cultivo del algodón (Tradicional y Corpoica) y de cuatro variedades del mismo (Corpoica-123, Gaitana-109, NuOpal y Opal), sobre varias características agronómicas y fisiológicas¹⁷.



¹⁷ Realizado en el C.I. Nataima de Corpoica (Espinal, Tolima) por el Ingeniero Agrónomo MSc, Juan Carlos Arbeláez.

Bloque 1	NuOpal 149,8	C - 123 137,8	Opal 147,0	G - 109 137,8	C - 123 114,4	G - 109 109,2	NuOpal 120,2	Opal 113,2
Bloque 2	C - 123 114,8	Opal 113,2	NuOpal 118,4	G - 109 114,4	Opal 152,0	C - 123 136,2	G - 109 145,4	NuOpal 146,4
Bloque 3	Opal 141,8	NuOpal 145,4	G - 109 133,8	C - 123 135,4	NuOpal 119,0	G - 109 115,2	C - 123 113,8	Opal 113,8
Bloque 4	G - 109 119,4	C - 123 110,0	Opal 110,6	NuOpal 114,2	C - 123 131,4	Opal 143,2	NuOpal 144,8	G - 109 142,6

La cifra de abajo en cada recuadro corresponde a la altura media de la planta de algodón y las letras de la parte superior identifican a las variedades; el manejo de cultivo (parcela principal), se diferencia por colores, de acuerdo con la siguiente convención:

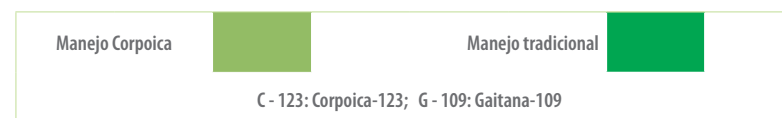


Figura 19. Esquema de la ubicación de los tratamientos del diseño de parcelas divididas en cada uno de los bloques del experimento y altura media de la planta (cm).

El diseño experimental usado fue de parcelas divididas en bloques al azar, donde la parcela principal correspondió a los sistemas de cultivo y las subparcelas a las variedades. Se utilizaron cuatro (4) repeticiones o bloques. La variable seleccionada para el ejemplo fue la altura media de planta (cm). Las **tablas 23, 24, 25 y 26** presentan los datos organizados para facilitar los cálculos.

Tabla 23. Valores observados del experimento sobre sistemas y variedades de algodón.

SISTEMAS	VARIEDADES	BLOQUES			
		1	2	3	4
Corpoica	Corpoica 123	137,8	136,2	135,4	131,4
Corpoica	Gaitana 109	137,8	145,4	133,8	142,6
Corpoica	NuOpal	149,8	146,4	145,4	144,8
Corpoica	Opal	147,0	152,0	141,8	143,2
Tradicional	Corpoica 123	114,4	114,8	113,8	110,0
Tradicional	Gaitana 109	109,2	114,4	115,2	119,4
Tradicional	NuOpal	120,2	118,4	119,0	114,2
Tradicional	Opal	113,2	113,2	113,8	110,6
TOTAL		1.029,4	1.040,8	1.018,2	1.016,2


Tabla 24. Totales para bloque, sistemas e interacción bloque*sistema.

SISTEMAS	BLOQUES				TOTAL
	1	2	3	4	
Corpoica	572,4	580,0	556,4	562,0	2.270,8
Tradicional	457,0	460,8	461,8	454,2	1.833,8
TOTAL	1.029,4	1.040,8	1.018,2	1.016,2	4.104,6

Tabla 25. Totales para sistemas, variedades y sistema*variedad.

SISTEMAS	VARIETADES				TOTAL
	Corpoica 123	Gaitana 109	NuOpal	Opal	
Corpoica	540,8	559,6	586,4	584,0	2.270,8
Tradicional	453,0	458,2	471,8	450,8	1.833,8
TOTAL	993,8	1.017,8	1.058,2	1.034,8	4.104,6

A continuación se ilustran los cálculos con base en las anteriores tablas:

$$\sum_i \sum_j \sum_k y_{ijk} = 137,8 + 136,2 + 135,4 + 131,4 + \dots + 113,8 + 110,6 = 4.104,6$$

(Suma de los valores de todas las unidades experimentales)

$$FC = (\sum_i \sum_j \sum_k y_{ijk})^2 / rab = \frac{(4.104,6)^2}{32} = 526.491,9$$

$$\sum_i \sum_j \sum_k y_{ijk}^2 = 137,8^2 + 136,2^2 + 135,4^2 + 131,4^2 + \dots + 113,8^2 + 110,6^2 = 533.150,0$$

(Suma de los cuadrados de las observaciones)

$$SC_{Total} = \sum_i \sum_j \sum_k y_{ijk}^2 - FC$$

$$SC_{Total} = 533.150,0 - 526.491,9 = 6.658,1$$

$$SCR = \sum_i y_{i..}^2 / ab - FC$$

$$SCR = (1.029,4^2 + 1.040,8^2 + 1.018,2^2 + 1.016,2^2) / 8 - 526.491,9 = 48,4$$

$$SCS = \sum_j y_{.j.}^2 / rb - FC$$

$$SCS = (2.270,8^2 + 1.833,8^2) / 16 - 526.491,9 = 5.967,8$$

$$SCEa = \sum_i \sum_j y_{ij.}^2 / b - FC - SCR - SCS$$

$$SCEa = (572,4^2 + 580,0^2 + 556,4^2 + \dots + 454,2^2) / 4 - 526.491,9 - 48,4 - 5.967,8 = 44,2$$

$$SCV = \sum_k y_{..k}^2 / ra - FC$$

$$SCV = (993,8^2 + 1.017,8^2 + 1.058,2^2 + 1.034,8^2) / 8 - 526.491,9 = 277,3$$

$$SCS*V = \sum_j \sum_k y_{.jk}^2 / r - FC - SCS - SCV$$

$$SCS*V = (540,8^2 + 559,6^2 + 586,4^2 + \dots + 450,8^2) / 4 - 526.491,9 - 5.967,8 - 277,3 = 140,5$$

$$SCEb = SC_{Total} - SCR - SCS - SCEa - SCV - SCS*V$$

$$SCEb = 6.658,1 - 48,4 - 5.967,8 - 44,2 - 277,3 - 140,5 = 179,9$$

Las hipótesis planteadas son:

EFEECTO	HIPÓTESIS NULA	HIPÓTESIS ALTERNATIVA
Sistemas (S)	$H_0: S_1 = S_2$	$H_1: S_1 \neq S_2$
Variedades (V)	$H_0: V_1 = V_2 = V_3 = V_4$	$H_1: V_j \neq V_{j'}, \text{ para algún } j \neq j'$
Interacción S*V	$H_0: \text{No interacción}$	$H_1: \text{Interacción}$

Tabla 26. Tabla de ANAVA para el experimento sobre sistemas y variedades y su efecto sobre la altura media de planta en algodón.

F.V.	G.L.	S.C.	C.M.	F
Bloques	3	48,4	16,14	1,10 ns
Sistemas (S)	1	5.967,8	5.967,78	405,11 **
Error a	3	44,2	14,73	
Variedades (V)	3	277,3	92,43	9,25 **
S*V	3	140,5	46,83	4,68 **
Error b	18	179,9	9,99	
Total	31	6.658,1		

** Diferencias significativas ($\alpha = 0,01$). ns: No significativo

CV(a) = 2,99 %. CV(b) = 2,47 %

Observe la diferencia entre los grados de libertad para los dos errores experimentales (filas de Error a y Error b de la tabla de ANAVA). Los grados de libertad para estimar el error b son de mayor magnitud que los grados de libertad para estimar el error a; esta es la razón para que se tenga mayor precisión en la estimación del efecto de las variedades y de la interacción sistemas*variedad, comparada con la precisión para estimar el efecto del factor sistemas.



Para probar las hipótesis sobre bloques y sistemas, se compara el valor de F calculado (última columna del ANAVA) con los valores de las tablas F, teniendo en cuenta sus grados de libertad en el numerador (3 y 1, respectivamente) y los del Error a en el denominador (3). El valor de F en las tablas para bloques con tres grados de libertad en el numerador y tres en el denominador es 9,28 para $\alpha = 0,05$ ¹⁸; por tanto, el valor de F calculado (1,10) es menor que el de las tablas, y por ello no se rechaza la hipótesis nula, pues el efecto de los bloques sobre la altura de las plantas de algodón es igual.

Para la hipótesis del efecto del sistema sobre la altura de la plantas, se encuentra que el valor de F calculado (405,11) es mayor que el de las tablas con 1 y 3 G.L. para $\alpha = 0,01$, que es de 34.12; por ende, se concluye que hay diferencias estadísticas significativas entre los dos sistemas.

Para probar las hipótesis sobre variedades (V) y la interacción sistemas*variedades (S*V), se compara el valor de F calculado (última columna del ANAVA) con los valores de las tablas F, teniendo en cuenta sus grados de libertad en el numerador (3 en cada caso) y los del Error b en el denominador (18). El valor de F calculado es mayor que el de las tablas, tanto para V como para V*S, con tres y 18 G.L. es de 5,09 para $\alpha = 0,01$; por tanto, en ambos casos se presentan diferencias para la altura media de las plantas. Según esto, como la interacción fue significativa, la discusión de los resultados se debe centrar en dicha interacción, utilizando como análisis complementarios las pruebas de comparación múltiple vistas anteriormente.

¹⁸ http://www.uclm.es/profesorado/vrlopez/tablas_esta.pdf. En la página 5 del documento que se obtiene en este link, se obtienen los valores de F para los efectos bloque y sistema; en la página 6, para variedad y su interacción con sistema.

ANEXO

ALGUNAS CONSIDERACIONES SOBRE LA SUMATORIA

La adición o suma es la operación más básica de la aritmética y una de las primeras que se incorporan sobre el conocimiento de las matemáticas, en el sistema educativo preescolar y básico, no sólo de Colombia sino de muchas partes del mundo.

La suma es una operación aritmética que se define sobre un conjunto finito o infinito de números; cuando cada uno de estos números se expresan individualmente, se utiliza el símbolo "+", el cual se usa generalmente cuando son pocos los números o términos de la suma, tal como en el ejemplo de la **tabla 4** de la sección 3.2.4.

Sin embargo la mayoría de veces se involucra un número grande de términos o se requiere tener como referencia para el trabajo en estadística de las denominadas fórmulas¹⁹. En tal caso se recurre al símbolo Σ (que viene de la letra griega sigma mayúscula), para expresar la adición o sumatoria de un conjunto de números. Una pequeña introducción sobre este tema se realizó en el numeral 3.2.4, que se va ampliar a continuación.



Para ilustrar los símbolos y procedimientos cuando se usa el operador sumatoria, se usará el ejemplo del numeral 4.7.4. Los datos provienen de un experimento que buscaba establecer el efecto de dos sistemas de manejo del cultivo del algodón y de cuatro variedades de algodón sobre la altura de la planta (cm), mediante un diseño de parcelas divididas con cuatro (4) bloques (**tabla 27**).

¹⁹ [http://es.wikipedia.org/wiki/F%C3%B3rmula_\(expresi%C3%B3n\)](http://es.wikipedia.org/wiki/F%C3%B3rmula_(expresi%C3%B3n)). En *Matemáticas y otras ciencias*, una fórmula es una forma breve de expresar información de modo simbólico (como en una *fórmula matemática* o una *fórmula química*), o una relación general entre cantidades.



Tabla 27. Lista de los datos generados en un experimento para evaluar el efecto de sistemas de manejo del cultivo y de cuatro variedades de algodón sobre la altura de la planta (cm)²⁰.

N.º de observación	Bloque	Sistema de cultivo	Variedad de algodón	Subíndices			Altura planta (cm)
				i	j	k	
1	1	Corpoica	Corpoica 123	1	1	1	137,8
2	2	Corpoica	Corpoica 123	2	1	1	136,2
3	3	Corpoica	Corpoica 123	3	1	1	135,4
4	4	Corpoica	Corpoica 123	4	1	1	131,4
5	1	Corpoica	Gaitana 109	1	1	2	137,8
6	2	Corpoica	Gaitana 109	2	1	2	145,4
7	3	Corpoica	Gaitana 109	3	1	2	133,8
8	4	Corpoica	Gaitana 109	4	1	2	142,6
9	1	Corpoica	NuOpal	1	1	3	149,8
10	2	Corpoica	NuOpal	2	1	3	146,4
11	3	Corpoica	NuOpal	3	1	3	145,4
12	4	Corpoica	NuOpal	4	1	3	144,8
13	1	Corpoica	Opal	1	1	4	147
14	2	Corpoica	Opal	2	1	4	152
15	3	Corpoica	Opal	3	1	4	141,8
16	4	Corpoica	Opal	4	1	4	143,2
17	1	Tradicional	Corpoica 123	1	2	1	114,4
18	2	Tradicional	Corpoica 123	2	2	1	114,8
19	3	Tradicional	Corpoica 123	3	2	1	113,8
20	4	Tradicional	Corpoica 123	4	2	1	110
21	1	Tradicional	Gaitana 109	1	2	2	109,2
22	2	Tradicional	Gaitana 109	2	2	2	114,4
23	3	Tradicional	Gaitana 109	3	2	2	115,2
24	4	Tradicional	Gaitana 109	4	2	2	119,4
25	1	Tradicional	NuOpal	1	2	3	120,2
26	2	Tradicional	NuOpal	2	2	3	118,4
27	3	Tradicional	NuOpal	3	2	3	119
28	4	Tradicional	NuOpal	4	2	3	114,2
29	1	Tradicional	Opal	1	2	4	113,2
30	2	Tradicional	Opal	2	2	4	113,2
31	3	Tradicional	Opal	3	2	4	113,8
32	4	Tradicional	Opal	4	2	4	110,6

Fuente: Corpoica, Centro de Investigación Nataima (Espinal, Tolima)

²⁰ Esta tabla muestra la forma en que deben ser organizados y sistematizados los datos experimentales para su análisis, con Excel o con paquetes estadísticos especializados (no se deben incluir las columnas de los subíndices).

En consecuencia, se considerarán las variables de clasificación bloque, sistema de manejo y variedad, y la variable respuesta y_{ijk} , que indica la altura de la planta en el i-ésimo bloque, j-ésimo sistema de manejo y k-ésima variedad ($i = 1, 2, 3, 4; j = 1, 2; k = 1, 2, 3, 4$).

Esta notación usada en los subíndices de la variable respuesta, es equivalente a realizar una codificación; de esta forma identificamos al **sistema de manejo** con 1 para la modalidad “Corpoica” y con 2 para la modalidad “Tradicional”. De manera análoga, las modalidades de la variable **variedad**, “Corpoica 123”, “Gaitana 109”, “NuOpal” y “Opal”, se codifican o indican con los números 1, 2, 3 y 4, respectivamente.

Establecida esta simbología resulta muy expedito identificar cada una de las observaciones y realizar algunas operaciones aritméticas sobre las mismas. Por ejemplo, la altura de la planta para el bloque 2, del sistema “Tradicional”, en la variedad “Opal” es 113,2 cm, esto es $y_{224} = 113,2$. Nótese que en la tabla 28 corresponde al número de observación 30.

Con el fin propuesto de aportar al aprendizaje sobre el operador sumatoria, la **tabla 27** se reorganizó de otra forma (**tabla 28**), lo cual se puede realizar de manera sencilla usando tablas dinámicas de Excel o las facilidades que dan los procedimientos de los paquetes estadísticos. Como puede verse, están los mismos datos de la lista anterior y adicionalmente se tienen los totales (o subtotales) o equivalentemente las siguientes sumatorias: a) De cada bloque en la subtabla de bloque por variedad para cada sistema; b) de cada variedad en la subtabla de bloque por variedad para cada sistema; c) de cada bloque.

Tabla 28. Cuadro de bloque por sistema por variedad con algunos subtotales y el total para cada bloque.

SISTEMA	VARIEDAD	BLOQUE				Subtotal
		1	2	3	4	
Corpoica	Corpoica 123	137,8	136,2	135,4	131,4	540,8
	Gaitana 109	137,8	145,4	133,8	142,6	559,6
	NuOpal	149,8	146,4	145,4	144,8	586,4
	Opal	147,0	152,0	141,8	143,2	584,0
	Subtotal	572,4	580,0	556,4	562,0	2.270,8
Tradicional	Corpoica 123	114,4	114,8	113,8	110,0	453,0
	Gaitana 109	109,2	114,4	115,2	119,4	458,2
	NuOpal	120,2	118,4	119,0	114,2	471,8
	Opal	113,2	113,2	113,8	110,6	450,8
	Subtotal	457,0	460,8	461,8	454,2	1.833,8
TOTAL	1.029,4	1.040,8	1.018,2	1.016,2	4.104,6	



La tabla presentada se denomina cuadro de triple entrada, ya que está consolidando los datos de tres variables de clasificación (bloque, sistema y variedad), respecto a una variable de interés denominada dependiente (altura de planta).

En la **tabla 29** se presenta la tabla anterior, utilizando la notación presentada al inicio de este anexo; se aprecia obviamente que los subíndices de cada observación individual, son iguales a los relacionados en la **tabla 27**. No obstante, en los subtotales o totales, se usa en la notación un punto en aquellas variables de clasificación sobre las cuales se realiza la sumatoria.

Tabla 29. Notación para observaciones, subtotales y totales para el cuadro de bloque por sistema por variedad.

SISTEMA	VARIEDAD	BLOQUE				Subtotal
		1	2	3	4	
Corpoica	Corpoica 123	y_{111}	y_{211}	y_{311}	y_{411}	$y_{.11}$
	Gaitana 109	y_{112}	y_{212}	y_{312}	y_{412}	$y_{.12}$
	NuOpal	y_{113}	y_{213}	y_{313}	y_{413}	$y_{.13}$
	Opal	y_{114}	y_{214}	y_{314}	y_{414}	$y_{.14}$
	Subtotal	$y_{.1.}$	$y_{.2.}$	$y_{.3.}$	$y_{.4.}$	$y_{.1.}$
Tradicional	Corpoica 123	y_{121}	y_{221}	y_{321}	y_{421}	$y_{.21}$
	Gaitana 109	y_{122}	y_{222}	y_{322}	y_{422}	$y_{.22}$
	NuOpal	y_{123}	y_{223}	y_{323}	y_{423}	$y_{.23}$
	Opal	y_{124}	y_{224}	y_{324}	y_{424}	$y_{.24}$
	Subtotal	$y_{.2.}$	$y_{.2.}$	$y_{.3.}$	$y_{.4.}$	$y_{.2.}$
TOTAL		$y_{.1.}$	$y_{.2.}$	$y_{.3.}$	$y_{.4.}$	$y_{...}$

De esta forma, por ejemplo $y_{31.}$ indica la notación a usar para indicar el total de las alturas de las plantas correspondiente al bloque 3 del sistema 1 (es decir, se totalizó sobre las cuatro variedades; nótese que el subíndice k se reemplazó por el punto); o $y_{.2.}$ corresponde a la notación para indicar el total de las alturas de las plantas para el sistema dos (es decir se totalizó sobre bloques y variedades; en este caso la suma tuvo un total de 16 datos, esto es 4 bloques por cuatro variedades).

Por tanto,

$$y_{31.} = \sum_k y_{31k} = 135,4 + 133,8 + 145,4 + 141,8 = 556,4$$

$$y_{.2.} = \sum_i \sum_k y_{i2k} = 114,4 + 109,2 + 120,2 + 113,2 + 114,8 + 114,4 + 118,4 + 113,2 + 113,8 + 115,2 + 119,0 + 113,8 + 110,0 + 119,4 + 114,2 + 110,6 = 556,4$$

De manera similar se interpreta la notación para otros totales o subtotales; en particular, $y_{...}$ representa la suma total de todas las 32 alturas de planta. Una barra sobre la notación de los totales indica el promedio aritmético, el cual se obtiene dividiendo por 4, por 16 y por 32, a $y_{31.}$, $y_{.2.}$ y $y_{...}$, respectivamente. Obsérvese que en las tablas 28 y 29, no aparecen todos los subtotales y totales de las variables de clasificación involucradas. Por ejemplo no están los totales por variedad ni por sistema; tampoco los subtotales de bloque por variedad sobre los dos sistemas, ni de variedad por sistema sobre los cuatro bloques. Por tanto y para complementar la notación de la **tabla 29**, se presentan las tablas 30 a 32.

Queda a iniciativa del lector, reemplazar la notación de las **tablas 30, 31 y 32**, por los valores o sumatorias apropiadas de las tablas 28 o 29, lo cual le permitirá familiarizarse mucho más con la simbología utilizada.

Al lector que haya consultado el numeral 4.3 y posteriores, le será familiar y valorará la importancia, de trabajar con la sumatoria, pero especialmente cuando se requiere trabajar con lo que se denomina **suma de cuadrados**, sobre lo cual se van a realizar algunas consideraciones. La primera es una situación en que se incurre algunas veces por no especialistas en estadística y es que la suma de los cuadrados de un conjunto de números no es igual al cuadrado de la suma.

De hecho para un conjunto de n números siempre se cumple la siguiente relación:

$$(\sum_i y_i)^2 = \sum_{i=1}^n y_i^2 + 2 \sum_{i < i'} y_i y_{i'}$$

Esta relación se puede mostrar a través de un ejemplo:

Suponga que la variable Y_i toma los siguientes valores: 2, 4, 6, 8 y 10.

Por tanto, el miembro de la derecha de la igualdad, o sea el cuadrado de la suma, es el valor de 30 al cuadrado, esto es 900.

El primer término después de la igualdad, o sea la suma de los cuadrados, es igual a 4 + 16 + 36 + 64 + 100, es decir igual a 220.

El segundo término después de la igualdad es igual a:

$$2x(2x4 + 2x6 + 2x8 + 2x10 + 4x6 + 4x8 + 4x10 + 6x8 + 6x10 + 8x10) = 680$$



Sumando los valores obtenidos para los dos términos después de la igualdad, esto es 220 y 680, se obtiene el valor 900, que corresponde al valor de la expresión a la derecha de la igualdad, con lo cual se muestra que la expresión para el cuadrado de la suma presentado anteriormente, se cumple para los valores del ejemplo utilizado.

Finalmente, cabe destacar que esta relación se cumple también cuando se trabaja con sumatorias dobles, triples o de mayor magnitud.

Tabla 30. Notación para subtotales y totales para el cuadro de bloque por variedad.

VARIEDAD	BLOQUE				TOTAL
	1	2	3	4	
Corpoica 123	$y_{1,1}$	$y_{2,1}$	$y_{3,1}$	$y_{4,1}$	$y_{..1}$
Gaitana 109	$y_{1,2}$	$y_{2,2}$	$y_{3,2}$	$y_{4,2}$	$y_{..2}$
NuOpal	$y_{1,3}$	$y_{2,3}$	$y_{3,3}$	$y_{4,3}$	$y_{..3}$
Opal	$y_{1,4}$	$y_{2,4}$	$y_{3,4}$	$y_{4,4}$	$y_{..4}$
TOTAL	$y_{1..}$	$y_{2..}$	$y_{3..}$	$y_{4..}$	$y_{...}$

Tabla 31. Notación para subtotales y totales para el cuadro de bloque por sistema.

SISTEMA	BLOQUE				TOTAL
	1	2	3	4	
Corpoica	y_{11}	y_{21}	y_{31}	y_{41}	$y_{.1}$
Tradicional	y_{12}	y_{22}	y_{32}	y_{42}	$y_{.2}$
TOTAL	$y_{1..}$	$y_{2..}$	$y_{3..}$	$y_{4..}$	$y_{...}$

Tabla 32. Notación para subtotales y totales para el cuadro de sistema por variedad.

SISTEMA	VARIEDAD				TOTAL
	Corpoica 123	Gaitana 109	NuOpal	Opal	
Corpoica	$y_{.11}$	$y_{.12}$	$y_{.13}$	$y_{.14}$	$y_{.1}$
Tradicional	$y_{.21}$	$y_{.22}$	$y_{.23}$	$y_{.24}$	$y_{.2}$
TOTAL	$y_{..1}$	$y_{..2}$	$y_{..3}$	$y_{..4}$	$y_{...}$

RETROALIMENTACIÓN SOBRE EL REEMPLAZO O CÁLCULO DE LA NOTACIÓN DE LAS TABLAS 30 A 32 POR LOS DATOS DEL EJEMPLO

Tabla 33. Datos del ejemplo correspondientes a la notación de la Tabla 30.

VARIEDAD	BLOQUE				TOTAL
	1	2	3	4	
Corpoica 123	252,2	251,0	249,2	241,4	993,8
Gaitana 109	247,0	259,8	249,0	262,0	1.017,8
NuOpal	270,0	264,8	264,4	259,0	1.058,2
Opal	260,2	265,2	255,6	253,8	1.034,8
TOTAL	1.029,4	1.040,8	1.018,2	1.016,2	4.104,6

Tabla 34. Datos del ejemplo correspondientes a la notación de la Tabla 31.

SISTEMA	BLOQUE				TOTAL
	1	2	3	4	
Corpoica	572,4	580,0	556,4	562,0	2.270,8
Tradicional	457,0	460,8	461,8	454,2	1.833,8
TOTAL	1.029,4	1.040,8	1.018,2	1.016,2	4.104,6

Tabla 35. Datos del ejemplo correspondientes a la notación de la Tabla 32.

SISTEMA	VARIEDAD				TOTAL
	Corpoica 123	Gaitana 109	NuOpal	Opal	
Corpoica	540,8	559,6	586,4	584,0	2.270,8
Tradicional	453,0	458,2	471,8	450,8	1.833,8
TOTAL	993,8	1.017,8	1.058,2	1.034,8	4.104,6



REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Díaz, M. L. 2002. Estadística Multivariada: Inferencia y métodos. Facultad de Ciencias. Departamento de Estadística. Universidad Nacional de Colombia. Primera Edición. 529 p.
- Kuehl, R. O. 2001. Diseño de experimentos. Principios estadísticos de diseño y análisis de investigación. Universidad de Arizona. Ed. Thomson Learning. 666 p.
- Martínez, G. A. 1988. Diseños experimentales. Métodos y elementos de teoría. Editorial Trillas. 756 p.
- Martínez, R.; Martínez, N. 1997. Diseño de experimentos. Análisis de datos estándar y no estándar. Ed. Fondo Nacional Universitario. 1a. edición.
- Martínez, W. O. 2009. Técnicas estadísticas y diseño de experimentos para la investigación agropecuaria. Ed. Produmedios. 228 p.
- Melo, M. O.; López, P. L.; Melo, M. S. 2007. Diseño de Experimentos. Métodos y Aplicaciones. Facultad de Ciencias, Departamento de Estadística. Universidad Nacional de Colombia. Primera Edición. 668 p.
- Mendenhall, W.; Mackerly, D. 1987. Estadística matemática con aplicaciones. Ed. Iberoamericana. 751 p.
- Sabino, C. 1992. El proceso de investigación. Ed. Panamericana, Bogotá. 216 p.
- Santa, F. 2013. Notas curso Geoestadística. Corpoica C.I. La Libertad.
- Steel, R.; Torrie, J. 1985. Bioestadística. Principios y procedimientos. Traducción: Ricardo Martínez. 2a edición.



BAC

BIBLIOTECA AGROPECUARIA DE COLOMBIA

Correo: bac@corpoica.org.co
Teléfono: (57 1) 4 227300 ext. 1257 o 1274
Skype: biblioteca.agropecuaria

**DISTRIBUCIÓN GRATUITA
PROHIBIDA SU VENTA**

www.corpoica.org.co

ISBN: 978-958-740-163-9



9 789587 401639